

ข้อ 4: เลขฝึก 2.11 (4+5.)

4. ความต้านทานไฟฟ้า (R) ของสายไฟเส้นหนึ่งกำหนดโดย $R = \frac{k}{r^2}$ เมื่อ k เป็นค่าคงตัว และ r เป็นรัศมีของสายไฟ สมมติรัศมี r มีค่าผิดพลาดร้อยละ 5 จงใช้ดิฟเฟอเรนเชียลประมาณค่าผิดพลาดร้อยละใน R

ดิฟเฟอเรนเชียล ความผิดพลาดของ R เป็น

$$dR = \frac{dR}{dr} \cdot dr, \quad R = \frac{k}{r^2}$$

$$\Rightarrow dR = \frac{d}{dr}\left(\frac{k}{r^2}\right) \cdot dr \Rightarrow dR = \frac{-2k}{r^3} \cdot dr$$

$$= \frac{dr}{r} \times 100 = 5$$

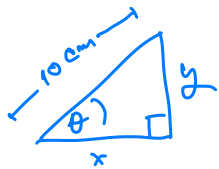
สังเกต. รัศมีผิดพลาดร้อยละ 5, เรา ความผิดพลาดร้อยละของ R .

$$\Rightarrow \frac{dR}{R} \times 100 = \frac{\left(\frac{-2k}{r^3}\right) \cdot dr}{\left(\frac{k}{r^2}\right)} \times 100 = \frac{-2}{r} dr \times 100 = -2 \left(\frac{dr}{r} \times 100\right)$$

$$= -2 \cdot 5 = -10.$$

ดังนั้น ความผิดพลาดร้อยละของ R เป็น ± 10 . $\square$

5. สามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 10 เซนติเมตรพอดี วัดมุมแหลมมุมหนึ่งได้ 30° และมีค่าความผิดพลาดจากการวัดมุมคือ 1° จงใช้ดิฟเฟอเรนเชียลประมาณค่าผิดพลาดในด้านที่อยู่ตรงข้ามและด้านประชิดมุมที่วัดได้ และหาค่าผิดพลาดร้อยละในด้านทุกด้าน



วัดมุม $\theta = 30^\circ$ ด้ค่าผิดพลาด 1° .

จงใช้ดิฟเฟอเรนเชียล ประมาณค่าความผิดพลาดของ x และ y จากข้อนี้ด้วย.

$$\Rightarrow \text{ด้าน } x \Rightarrow \cos \theta = \frac{x}{10} \Rightarrow x = 10 \cos \theta$$

$$\text{ดิฟเฟอเรนเชียล. } dx = \frac{d(10 \cos \theta)}{d\theta} \cdot d\theta = -10 \sin \theta \cdot d\theta$$

$$\text{ที่ } \theta = 30^\circ \text{ ด้ } d\theta = 1^\circ$$

$$\Rightarrow \theta = 30^\circ = \frac{\pi}{6}, \quad d\theta = 1^\circ = \frac{\pi}{180}$$

ค่าเปอร์เซ็นต์เป็น ร้อย.

$$\text{အသုံးပြု. } dx = -10 \left(\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \right) \cdot \frac{\pi}{180} = -\frac{10^5}{2} \cdot \frac{\pi}{180} = -\frac{\pi}{36}$$

$$\text{အသုံးပြု } dx = \pm \frac{\pi}{36} \text{ cm.}$$

$$\Rightarrow \text{radius } y \Rightarrow \sin \theta = \frac{y}{10} \Rightarrow y = 10 \sin \theta$$

$$\text{သစ်သစ်သစ်သစ် } dy = \frac{d(10 \sin \theta)}{d\theta} \cdot d\theta = 10 \cos \theta \cdot d\theta$$

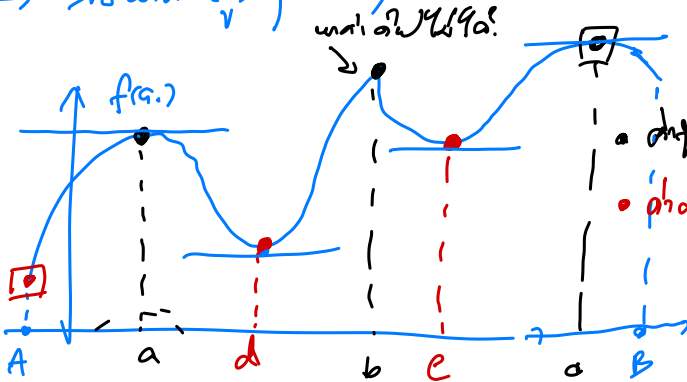
$$\text{if } \theta = 30^\circ \text{ then } d\theta = 1^\circ \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}, d\theta = \frac{\pi}{180}$$

$$\text{အသုံးပြု. } dy = 10 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \cdot \frac{\pi}{180} = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{\pi \sqrt{3}}{36}$$

$$\text{အသုံးပြု } dy = \pm \frac{\pi \sqrt{3}}{36} \text{ cm.}$$

$\Rightarrow$ အကယ်၍ $f(x)$ နှင့် $f'(x)$ ကို သိရပါက

လက်တွေ့တွင် $[A, B]$



- $x=a, b, c$
• $f(x)$ ကို အမြင့်ဆုံး (local maximum.)
- $f'(x)$ ကို အနိမ့်ဆုံး (local minimum.)
 $x=d, e$
- $f(x)$ ကို အမြင့်ဆုံးဆုံး (absolute max.)
(အကယ်၍ $f(x)$ လိုက်ပါ)
 $x=c$

အသုံးပြု: $f(x)$ နှင့် $f'(x)$ ကို သိရပါက
ပုံစံ အတိုင်း $f(x)$ ကို $f'(x) = 0$ ဖြစ်စေရန်

- $f(x)$ ကို အနိမ့်ဆုံးဆုံး (absolute min.)
(အကယ်၍ $f(x)$ လိုက်ပါ)
 $x=a$

သတိ: $f(x)$ ကို $f'(x) = 0$ ဖြစ်စေရန် $x=a$ ဖြစ်စေရန်

Gx: Եւրթանդալ՝ $f(x) = 3x^4 - 16x^3 + 18x^2$. Եւրթ $[-1, 4]$

Եւրթանդալ՝ Եւրթ $x \in \mathbb{R}$ և $f'(x) = 0$. Եւրթ Եւրթ Եւրթ

$$\text{Եւրթ Եւրթ. } \boxed{f'(x) = \frac{d}{dx}(3x^4 - 16x^3 + 18x^2) = 0}$$

$$\Rightarrow \cancel{12}x^3 - \cancel{48}x^2 + \cancel{36}x = 0$$

$$\Rightarrow x^3 - 4x^2 + 3x = 0$$

$$\Rightarrow x(x^2 - 4x + 3) = 0$$

$$\Rightarrow x(x-3)(x-1) = 0$$

Եւրթ Եւրթ Եւրթ Եւրթ $x = 0, 1, 3$. ▢

Gy: Եւրթ Եւրթ Եւրթ $f(x) = x^{\frac{3}{5}}(4-x) = 4x^{\frac{3}{5}} - x^{\frac{3}{5}+1}$

$$\text{Եւրթ Եւրթ } f'(x) = 4 \cdot \frac{3}{5} \cdot x^{-\frac{2}{5}} - \frac{8}{5}x^{\frac{3}{5}} = \frac{12}{5x^{\frac{2}{5}}} - \frac{8x^{\frac{3}{5}}}{5}$$

Եւրթ Եւրթ Եւրթ $f'(x) = 0$ Եւրթ Եւրթ Եւրթ Եւրթ

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{12}{5x^{\frac{2}{5}}} - \frac{8x^{\frac{3}{5}}}{5} = 0$$

$$\text{Եւրթ Եւրթ. } \Rightarrow \frac{1}{x^{\frac{2}{5}}} \left(\frac{12}{5} - \frac{8}{5} \cdot x^{\left(\frac{3}{5} + \frac{2}{5}\right)} \right) = 0$$

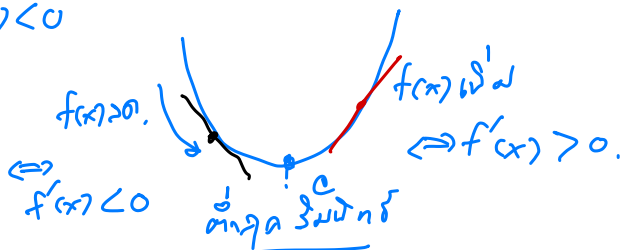
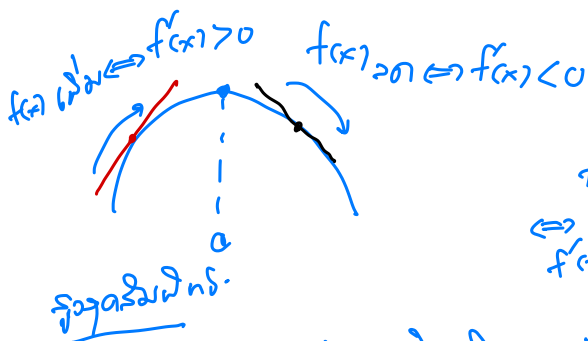
$$\Rightarrow \frac{1}{x^{\frac{2}{5}}} \left(\frac{12}{5} - \frac{8}{5} \cdot x \right) = 0$$

Եւրթ $f(x)$
Եւրթ Եւրթ Եւրթ
 $x = 0, x = \frac{3}{2}$

Եւրթ Եւրթ Եւրթ $f'(x)$ Եւրթ Եւրթ Եւրթ Եւրթ $x = 0$.

$$f'(x) = 0 \text{ Եւրթ } \frac{12}{5} - \frac{8}{5} \cdot x = 0 \Rightarrow x = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

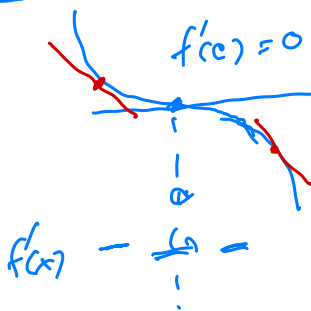
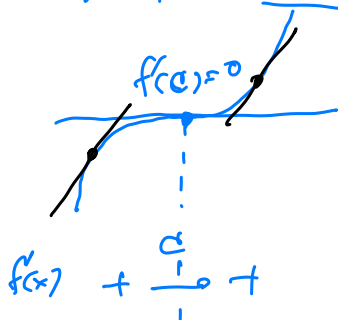
$\Rightarrow$ ឧទាហរណ៍ ដំណោះស្រាយ, តែ. ០ លើកទៀត.



ឧទាហរណ៍ ដំណោះស្រាយ ០ លើកទៀត
 ឬក៏ រីក រីក រីក រីក រីក រីក រីក រីក រីក រីក
 $f'(x) + \Rightarrow f'(x) -$

ឧទាហរណ៍ ដំណោះស្រាយ ០ លើកទៀត
 ឬក៏ ចុះ ចុះ ចុះ ចុះ ចុះ ចុះ ចុះ ចុះ ចុះ ចុះ
 $f'(x) - \Rightarrow f'(x) +$

$\Rightarrow$ ឧទាហរណ៍ ដំណោះស្រាយ ០ លើកទៀត



ឧទាហរណ៍: ឧទាហរណ៍ ដំណោះស្រាយ ០ លើកទៀត

$$1.) f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 5$$

$\Rightarrow$ ឧទាហរណ៍: ឧទាហរណ៍ ដំណោះស្រាយ ០ លើកទៀត

$$\Rightarrow \frac{d}{dx} (3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 5) = 0$$

$$\Rightarrow \cancel{12}x^3 - \cancel{12}x^2 - \cancel{24}x = 0$$

$$\Rightarrow x(x^2 - x - 2) = 0$$

$$\Rightarrow x(x-2)(x+1) = 0 \Rightarrow x \in 0, -1, 2 \text{ (Nullstellen von } f(x))$$

$$= e^x (x^2 + 2x - 3) = 0$$

2. b) $f'(x) = 0$ $\hat{=} 0$ $(x^2 + 2x - 3) = 0$, $e^x \geq 0$ immer

$$\Rightarrow (x+3)(x-1) = 0$$

විවිධ ඉලක්කයන් සඳහා $x = -3, 1$

→ ជំនួយការ $f^{\frac{1}{n}}$ លើ $\mathbb{R}^n$.

$$f'(x) = e^x (x^2 + 2x - 3) = e^x (x+3)(x-1)$$

 $f'(x)$

+

1

+

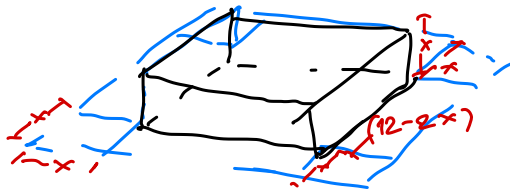
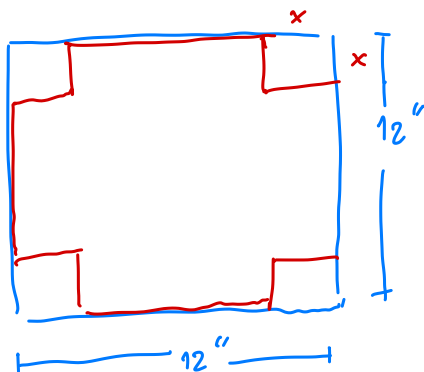
$+ \quad -$

จุดศูนย์กลางสมมาตรคือ $f(x)$ วนกลับ + $\rightarrow$ - เมื่อ $x \rightarrow -3$.

จากนิยามของ $f'(x)$ เราจะได้ $\rightarrow +$ เมื่อ $x \rightarrow 1$

$$- \cup +$$

Gx:



କର୍ମର ଫଳ ଦେଖ

$\overbrace{12}^{12}$
 ၁၂ နှစ် အတွင်း ၀၀၈ နှစ် ရှိသော ကံကောင်းမှုများကို
 $(x = ?)$

① ហេដ្ឋារចនាសម្ព័ន្ធ $V(x) = (12-2x)^2 \cdot x$

② ហេដ្ឋារចនាសម្ព័ន្ធ/ផ្ទៃក្រឡា $V'(x) = 0$

$\Rightarrow$ ហេដ្ឋារចនាសម្ព័ន្ធ $V'(x) = 0$

$$\Rightarrow \frac{d}{dx} V(x) = \frac{d}{dx} ((12-2x)^2 \cdot x) = \frac{d}{dx} (12^2x - 48x^2 + 4x^3)$$

$$= 144 - 96x + 12x^2 = 0$$

$$\Rightarrow 12(x^2 - 8x + 12) = 0$$

$$\Rightarrow 12(x-6)(x-2) = 0 \Rightarrow x = 2, 6 \text{ គឺជាចំណុចកំពូល}$$

ហេដ្ឋារចនាសម្ព័ន្ធ $V(x)$ គឺជា

$$V(6) = (12-2 \cdot 6)^2 \cdot 6 = 0$$

$$V(2) = (12-2 \cdot 2)^2 \cdot 2 = 8^2 \cdot 2 = 128 \text{ ម៉ែត្រ}^3$$

ដូច្នេះ $x = 2$ គឺជាចំណុចកំពូលដែលមាន 128 ម៉ែត្រ³

ឧទាហរណ៍: 1. ហេដ្ឋារចនាសម្ព័ន្ធ/ផ្ទៃក្រឡា $f(x) = x^{\frac{1}{3}}(x-4)$.

$$2. f(x) = (x^2 - 2x + 3)^{\frac{1}{3}}$$