

แบบฝึกหัดสำหรับ Midterm ชุดที่2

1. กำหนดให้

$$f(x) = \begin{cases} 2|x-1|, & x > 1 \\ x^2 - 1, & x \leq 1 \end{cases}$$

1.1. จงหา $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(1 + \Delta x) - f(1)}{\Delta x}$

1.2. จงหา $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{f(1 + \Delta x) - f(1)}{\Delta x}$

1.3. จงพิจารณาว่า $f'(1)$ หาค่าได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

2. จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้

2.1. $y = \sqrt[3]{x^8 + x^2} - (x + 3)^{1.01}$

2.2. $y = (x + \ln x)(\sqrt{x} + 1)^{18}$

2.3. $y = \frac{e^x + 2 \cos(x)}{2^x + 1}$

2.4. $y = (\tan(\pi x) + 1)^{25} + \operatorname{cosec}^{61}(\pi x)$

2.5. $y = \sqrt{\arcsin(x^3 + 1)}$

2.6. $y = \log_5(\arctan(x^2))$

3. จงหาสมการของเส้นสัมผัสกราฟของเส้นโค้ง $(y^3 - 1)(1 - x) + \ln(x) = y^6 - 4$ ที่จุด $(1, \sqrt[3]{2})$

4. กำหนดให้ $f(x) = \cos(5\pi x) + e^{ex}$ จงหา

4.1. $f'(x) =$ _____

4.2. $f''(x) =$ _____

4.3. $f'''(x) =$ _____

4.4. $f^{(4)}(x) =$ _____

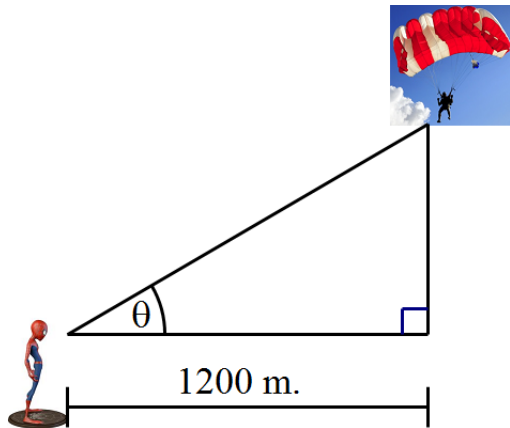
4.5. $f^{(18)}(x) =$ _____

5. จงใช้การหาอนุพันธ์โดยฟังก์ชันลอการิทึม หาอนุพันธ์ของ

$$f(x) = \frac{x^{\ln x}}{(x+2)\sqrt[5]{3-5x^2}}$$

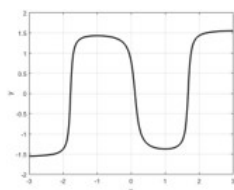
6. จงใช้การประมาณค่าเชิงเส้น ประมาณค่า $\ln(1.1) + \sqrt[3]{1.1}$

7. กำหนดให้ x เป็นปริมาณของสารตั้งต้น X และ y เป็นปริมาณของสาร Y สมมติสมการการผลิตสาร Y จากสารตั้งต้น X เป็นดังนี้ $y = x^2 + 2x$ ในการผลิตแต่ละครั้ง มีค่าความผิดพลาดในการตักสารตั้งต้น X อยู่ที่ 0.5 หน่วย จงหาค่าความผิดพลาดของสาร Y ที่ผลิตได้ และค่าความผิดพลาดสัมพัทธ์ของการผลิตสาร Y เมื่อใช้สารตั้งต้น X จำนวน 10 หน่วย โดยใช้ดิฟเฟอเรนเชียล
8. ชายคนหนึ่งสังเกตเห็นนักกระโดดร่มบนท้องฟ้ากระตุกร่มเพื่อลงสู่พื้นดิน โดยเขาสังเกตว่าตำแหน่งที่เขายืนห่างจากจุดที่นักกระโดดร่มจะถึงพื้น 1200 เมตร (ดังรูป) ถ้าอัตราเร็วที่นักกระโดดร่มเคลื่อนที่ลงสู่พื้นดินในแนวดิ่งมีอัตราเร็วคงที่ 60 เมตร/นาที่ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงมุม θ ขณะที่ $\theta = 45^\circ$

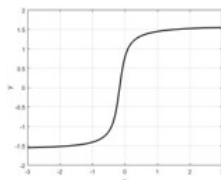


9. กำหนด $f(x) = x^2 \ln x$
- 9.1. จงหาพหุนามเทย์เลอร์ดีกรี 3 ($P_3(x)$) ของ $f(x)$ รอบ $x = 1$
- 9.2. จงใช้พหุนามในข้อ 2.1 ประมาณค่าของ $(1.1)^2(\ln(1.1))$ (ตอบในรูปทศนิยม 3 ตำแหน่ง)
10. กำหนด $f(x) = \arctan(x^3 - 3x + 1)$
- 10.1. จงหาค่าวิกฤตทั้งหมดของ $f(x)$
- 10.2. $f(x)$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มบนช่วงใดบ้าง _____
- 10.3. $f(x)$ เป็นฟังก์ชันลดบนช่วงใดบ้าง _____
- 10.4. ค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ของ $f(x)$ เกิดที่ $x =$ _____
- 10.5. ค่าสูงสุดสัมพัทธ์ของ $f(x)$ เกิดที่ $x =$ _____

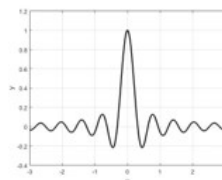
- 10.6. จงใช้ข้อมูลในข้อ 10.1-10.5 วิเคราะห์ว่ากราฟในข้อใดเป็นกราฟของฟังก์ชัน
 $y = \arctan(x^3 - 3x + 1)$



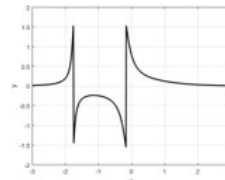
(A)



(B)



(C)



(D)

11. จงแสดงวิธีการหาขีดจำกัดต่อไปนี้

11.1. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sin(1 + x + x^2 + x^3)}{\ln(2 + x + x^2 + x^3)}$

11.2. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{\cos x} - \frac{1}{\sin x} \right)$

11.3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x)^{e^{-x}}$

12. กำหนดให้ $P(-1, 0, 0)$, $Q(1, 1, -1)$ และ $R(3, 3, 0)$ เป็นจุดในปริภูมิสามมิติ

12.1. จงหาเวกเตอร์ขนาดสองหน่วยที่มีทิศตรงข้ามกับ $\overrightarrow{QR}$

12.2. จงหาภาพฉาย (projection) ของ $\overrightarrow{PQ}$ บน $\overrightarrow{PR}$

12.3. จงหาพื้นที่ของสามเหลี่ยม PQR

13. ให้ ℓ_1 และ ℓ_2 เป็นเส้นตรงในสามมิติที่มีสมการพารามетริกเป็น

$$\ell_1 : \quad x = -2t, \quad y = t, \quad z = -t \quad (t \in \mathbb{R})$$

และ

$$\ell_2 : \quad x = 1 + 3t, \quad y = 1 - \frac{3}{2}t, \quad z = 1 + \frac{3}{2}t \quad (t \in \mathbb{R})$$

13.1. จงแสดงว่าเส้นตรง ℓ_1 และ ℓ_2 ขนานกัน

13.2. จงหาสมการของระนาบที่ผ่านเส้นตรง ℓ_1 และจุด $(1, 1, 1)$