

แบบฝึกหัด Midterm ชุด 1

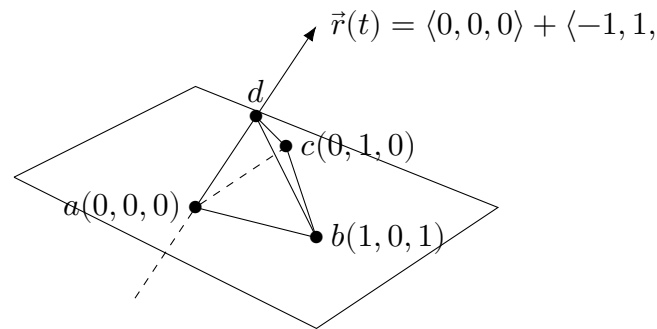
1. กำหนดให้ $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$, $\vec{v} = \vec{i} - \vec{k}$ จงหา

1.1. $\text{Proj}_{\vec{v}} \vec{u} = \dots\dots\dots$

1.2. $\vec{u} \times \vec{v} = \dots\dots\dots$

2. จงหาสมการพาราเมตริกของเส้นตรงที่ตั้งฉากกับระนาบ $2(x-1) + (y-1) - 2(z-1) = 0$ และผ่านจุด $(1, 2, 3)$

3. จงหาจุด d ที่อยู่บนเส้นตรง $\vec{r}(t) = \langle 0, 0, 0 \rangle + \langle -1, 1, 1 \rangle t$ ที่ทำให้ปริมาตรของพีระมิดฐานสามเหลี่ยม $abcd$ มีค่าเป็น 4 ลูกบาศก์หน่วย โดยที่ $a(0, 0, 0)$, $b(1, 0, 1)$ และ $c(0, 1, 0)$ เป็นจุดบนระนาบ



$-x+z = 0$ ดังรูป (ปริมาตรพีระมิด $= \frac{1}{3} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}$)

4. กำหนด $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-3} & ; x < 4 \\ x^2 - 15 & ; x \geq 4 \end{cases}$

4.1. จงหา $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(4 + \Delta x) - f(4)}{\Delta x}$

4.2. จงหา $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{f(4 + \Delta x) - f(4)}{\Delta x}$

4.3. $f'(4)$ หาค่าได้หรือไม่เพราะเหตุใด ถ้าหาค่าได้ จงระบุค่าของ $f'(4)$

5. จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้

5.1. $y = \frac{\pi}{\ln x} + \cos(2x) - 3x^2$

5.2. $y = x^{-2/5} + \sec(x^5 + 5x) - e^{2x}$

5.3. $y = \arctan(\sqrt{x}) \log_3 x$

5.4. $y = \frac{e^2 \ln x}{\cos(x^3)}$

6. กำหนด $y = e^{u^2}$ และ $u = \frac{2x}{1-x}$ จงหา $\frac{dy}{dx}$ เมื่อ $x = 0$

7. BMI หรือ ดัชนีมวลกาย คือค่าดัชนีที่ใช้วัดความสมดุลของน้ำหนักตัวและส่วนสูง สำหรับคนที่มีน้ำหนัก x กิโลกรัม และส่วนสูง h เมตร จะมี BMI เป็น $\frac{x}{h^2}$ กิโลกรัม/เมตร² สมมติให้ นาย ก มีส่วนสูงคงที่เป็น 180 เซนติเมตร

จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ BMI เทียบกับน้ำหนักของนาย ก เมื่อเขามีน้ำหนัก 161 กิโลกรัม

8. กำหนดให้ $f(x) = xe^{-x}$ จงหา

8.1. $f'(x) = \dots\dots\dots$

8.2. $f''(x) = \dots\dots\dots$

8.3. $f'''(x) = \dots\dots\dots$

8.4. $f^{(4)}(x) = \dots\dots\dots$

8.5. $f^{(50)}(x) = \dots\dots\dots$

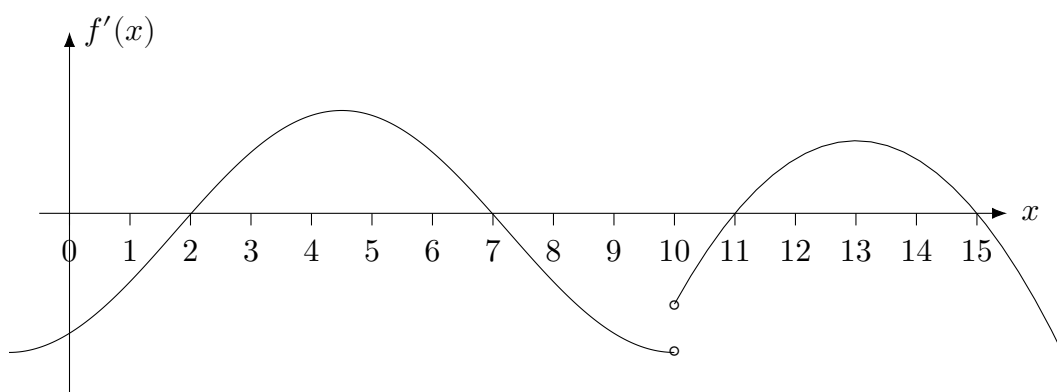
9. จงหาสมการของเส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นสัมผัสกับเส้นโค้ง $y = 2 \sin(\pi x - y)$ ที่จุด $(1, 0)$

10. จงใช้ลอการิทึมธรรมชาติ หาค่า $\frac{dy}{dx}$ เมื่อกำหนด $y = \frac{x^x \ln(x)}{(x^2 + 10)^{10}}$

11. จงใช้การประมาณค่าเชิงเส้น ประมาณค่า $(1 + \ln(1.01))^{4/5}$

12. พิจารณาระบบน้ำหยดที่ต่อแท่งก้นน้ำฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสกว้าง 200 เซนติเมตร เข้ากับสายน้ำหยดที่มีรูน้ำออก 100 รู โดยที่แต่ละรูมีอัตราการไหลของน้ำออกคงที่และเท่ากันทุกรู จงหาว่าการคำนวณปริมาณน้ำออกของรูน้ำหยดแต่ละรูจะมีความผิดพลาดประมาณเท่าไรโดยใช้ดิฟเฟอเรนเชียล หากทราบว่าการวัดความสูงของน้ำในแท่งมีความผิดพลาดไม่เกิน ± 1 เซนติเมตร

13. ให้ f เป็นฟังก์ชันที่นิยามบนช่วง $(-\infty, \infty)$ และมีกราฟของอนุพันธ์ f' ดังรูป



13.1. จุดวิกฤติของฟังก์ชัน f มี _____ จุด คือ $x = \dots\dots\dots$

13.2. f เป็นฟังก์ชันเพิ่มบนช่วง $\dots\dots\dots$

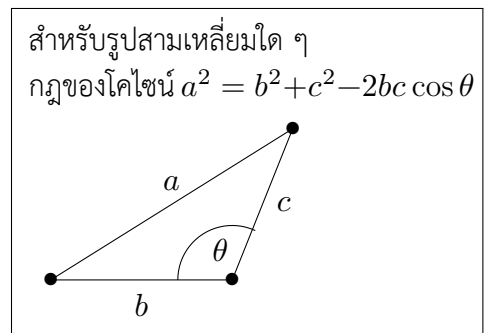
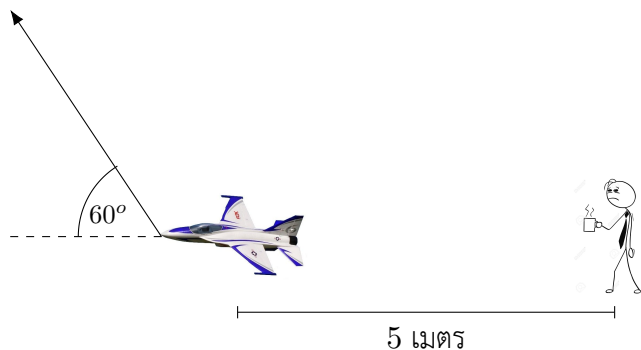
13.3. f เป็นฟังก์ชันลดบนช่วง $\dots\dots\dots$

- 13.4. ค่าสูงสุดสัมพัทธ์ของ f เกิดที่จุด $x = \dots\dots\dots$
- 13.5. ค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ของ f เกิดที่จุด $x = \dots\dots\dots$

14. จงหาค่าสูงสุดสัมพัทธ์ หรือค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ของฟังก์ชัน (ถ้ามี)

$$y = f(x) = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 11$$

15. นาย A เป็นนักศึกษาคณะวิศวกรรมศาสตร์ได้ทดลองประดิษฐ์เครื่องบินบังคับขนาดเล็กด้วยตัวเอง ในการทดสอบการบินของเครื่องบิน นาย A ยืนห่างจากจุดที่เครื่องบินจอดอยู่เป็นระยะทาง 5 เมตร และเริ่มบังคับเครื่องบินให้บินขึ้นในทิศทางทำมุม 60° กับพื้นระดับ ด้วยความเร็วคงที่ 120 เมตร/นาที่ ดังรูป จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของระยะทางที่นาย A อยู่ห่างจากเครื่องบิน ในขณะที่เครื่องบินได้ระยะทาง 10 เมตร



16. จงหาพหุนามแมคลอรินดีกรี 3 ของฟังก์ชัน $f(x) = \frac{1}{2x - 1}$
17. จงใช้พหุนามเทย์เลอร์ดีกรี 2 ประมาณค่าของ e^π เมื่อกำหนดให้ $e^3 = 20.856$, $\pi = 3.14$
(ตอบเป็นทศนิยม 3 ตำแหน่ง)
18. จงหาค่าของลิมิตต่อไปนี้

18.1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 5}{\sqrt{x^2 + 4}} = \dots\dots\dots$

18.2. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^3} \right) = \dots\dots\dots$

19. จงคำนวณหาค่าลิมิตต่อไปนี้

19.1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(4x)}{\ln(1 + \sin x)}$

19.2. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x + 2} - \sqrt{x})$

19.3. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{(x^2)}$

