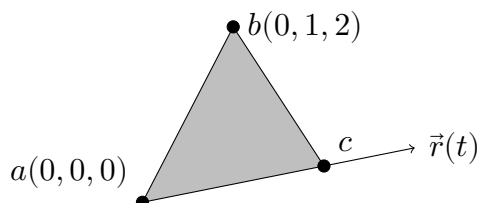


แบบฝึกหัดสำหรับ Midterm (ชุดที่ 3)

1. จงหาระยะที่สั้นที่สุดระหว่างจุด $P(2, -1, 2)$ กับระนาบ $(x - 1) - 2(y - 1) + (z - 1) = 0$
2. กำหนดจุด $a(0, 0, 0)$ และ $b(0, 1, 2)$ จงหาจุด c บนเส้นตรง $r(t) = (0, 0, 0) + (1, 0, 1)t$ ที่ทำให้พื้นที่สามเหลี่ยม abc มีขนาดเป็น 5 ตารางหน่วย



3. กำหนดให้
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 28, & x \leq 2 \\ 16\sqrt{x+2}, & x > 2 \end{cases}$$

3.1. จงหา $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(2 + \Delta x) - f(2)}{\Delta x}$

3.2. จงหา $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{f(2 + \Delta x) - f(2)}{\Delta x}$

3.3. จงพิจารณาว่า $f'(2)$ หาค่าได้หรือไม่เพราะเหตุใด

4. จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้

4.1. $y = (\log_{10}(2x^3 + 4x + e))^{100}$

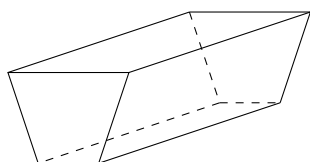
4.2. $y = \pi e^x \sec(x^3 + 1)$

4.3. $y = (\arctan(x^2 + 1))^2 + 2^{\tan x}$

4.4. $y = \sin(\ln(x^2 + 2) + \pi)$

4.5. $y = 4^x + \ln 4^x + x^4 + \cos^4\left(\frac{\pi}{4}\right) + \arcsin e^{-4}$

5. ให้รางน้ำมีหน้าตัดเป็นสี่เหลี่ยมคางหมูดังรูป ถ้าปริมาตรของน้ำในรางกำหนดเป็น $V = 18h + \frac{9}{2}(4 + h)h$ เมื่อ h เป็นความสูงของน้ำที่อยู่ในรางน้ำมีหน่วยเป็นฟุต จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของปริมาตรน้ำขณะที่น้ำมีความสูง 4 ฟุต



6. กำหนดให้ $f(x) = \ln(2x + 1) + \sin(x)$ จงหา

6.1. $f'(x) =$ _____

6.2. $f''(x) =$ _____

6.3. $f'''(x) =$ _____

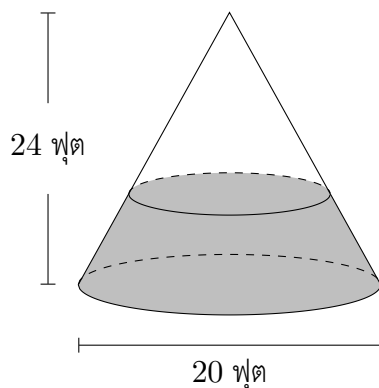
6.4. $f^{(4)}(x) =$ _____

6.5. $f^{(100)}(x) =$ _____

7. กำหนดให้ $y = \frac{\sqrt[2017]{x^2+3}}{2^x \sin x}$ จงหา $\frac{dy}{dx}$ โดยใช้สมบัติของลอการิทึมธรรมชาติ

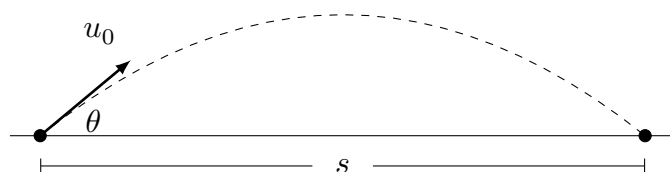
8. จงหาสมการของเส้นตรงที่ผ่านจุด $(0, 2)$ และตั้งฉากกับเส้นสัมผัสกราฟ
 $xy^2 = x^2 + y - 2$ ที่จุด $x = 0$

9. เปิดน้ำเข้าไปในภาชนะรูปกรวยที่วางดังรูป ถ้าเปิดน้ำเข้าไปด้วยอัตรา 20 ลูกบาศก์ฟุต/นาที จงหาว่าขณะที่น้ำสูง 16 ฟุต จากกันภาชนะ อัตราการเพิ่มขึ้นของระดับความสูงของน้ำเป็นเท่าใด



$$\left(\text{ปริมาตรกรวย} = \frac{\pi}{3} (\text{รัศมี})^2 \times (\text{ความสูง}) \right)$$

10. ขว้างลูกบอลด้วยความเร็วต้น u_0 จากพื้นดิน ทำมุม θ กับแนวระดับดังรูป ถ้าให้ s เป็นระยะทางที่วัตถุตกถึงพื้นห่างจากจุดเริ่มต้น จะได้ว่า $s = \frac{u_0^2 \sin(2\theta)}{g}$ เมื่อ g คือความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก ถ้าค่าผิดพลาดร้อยละในการวัดมุม θ เป็น $\pm 5\%$ จงใช้ดิฟเฟอเรนเชียลประมาณค่าผิดพลาดร้อยละของระยะ s เมื่อมุม $\theta = \frac{\pi}{6}$



11. จงใช้การประมาณเชิงเส้นประมาณค่าของ $3 \cos^2(44^\circ)$ (ตอบเป็นทศนิยม 2 ตำแหน่ง)
 (กำหนดให้ $\pi = 3.14$)

12. กำหนดให้ $f(x) = \ln(x+1)$

12.1. จงหาพหุนามเทย์เลอร์ดีกรี 2 ของ $f(x)$ รอบจุด $x = 1$

12.2. จงหาสัมประสิทธิ์ของ x ของพหุนามในข้อ 12.1

12.3. จงใช้พหุนามในข้อ 12.1 ประมาณค่า $\ln(2.1)$ (ตอบเป็นทศนิยม 3 ตำแหน่ง)
 (กำหนดให้ $\ln 2 = 0.6931$)

12.4. จงหาพหุนามแมคลอรินดีกรี n ของ $f(x)$

13. กำหนดให้ $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้ โดยที่ค่าวิกฤตทั้งหมดของ $f(x)$ คือ $x = 1, 5$ นอกจากนี้ กำหนดให้ $f(x)$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มบนช่วง $(-\infty, 1] \cup [5, +\infty)$ และลดบนช่วง $[1, 5]$ ถ้าให้ $g(x) = e^{-f(x)+e}$ แล้ว จงหาว่า $g(x)$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลดบนช่วงใดบ้าง

14. จงหาค่าสูงสุดสัมพัทธ์และค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ของ $f(x) = e^{x^3} - ex^3$ (ถ้ามี)

15. จงหาลิมิตต่อไปนี้ (เติมเฉพาะคำตอบ)

15.1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+1}}{x+1} =$ _____

15.2. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x+4}{x^2-4} =$ _____

15.3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x + e^{-x}}{e^x + 1} =$ _____

16. จงหาค่าลิมิตต่อไปนี้

16.1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{\ln(1-x)}$

16.2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{\ln x - 1} - \frac{x}{\ln x + 1} \right)$

16.3. $\lim_{x \rightarrow 0} x^{x/(x^2-1)}$