

แบบฝึกหัดทบทวนก่อนสอบกลางภาค ชุดที่ 2 เทอม 1/59

1. กำหนด $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x-2} & , x \leq 1 \\ -3x & , x > 1 \end{cases}$

1.1 จงหา $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(1+\Delta x) - f(1)}{\Delta x}$

1.2 จงหา $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{f(1+\Delta x) - f(1)}{\Delta x}$

1.3 จงพิจารณาว่า $f'(1)$ หาค่าได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

2. จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้

2.1 $y = \frac{1}{2x+3} + \tan x$

2.2 $y = x^3 \log_2(x+1)$

2.3 $y = (\ln x)^{\frac{1}{2}} + e^{2x} + \pi$

2.4 $y = \arccos(\sin(x^2))$

2.5 $y = \frac{3^x}{\sqrt{\sec(x-1)}}$

3. อนุภาคชนิดหนึ่งเคลื่อนที่ผ่านทรงกระบอกที่มีหน้าตัดเป็นรูปวงกลม ถ้าอนุภาคแต่ละตัวมีความเร็วในการเคลื่อนที่ขึ้นอยู่กับตำแหน่งที่ห่างจากจุดศูนย์กลางทรงกระบอก (r) และความเร็วของอนุภาคเป็นไปตามสมการ

$$V = 1100(0.04 - r^2)$$

จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของความเร็วเทียบกับตำแหน่งที่ห่างจากจุดศูนย์กลางทรงกระบอก ขณะที่อนุภาคอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางทรงกระบอกเท่ากับ 0.1 เซนติเมตร

4. กำหนดให้ $f(x) = \frac{x^{99}}{99} + \cos(2x + \pi)$ จงหา

4.1 $f'(x) = \dots\dots\dots$

4.2 $f''(x) = \dots\dots\dots$

4.3 $f'''(x) = \dots\dots\dots$

4.4 $f^{(4)}(x) = \dots\dots\dots$

4.5 $f^{(100)}(x) = \dots\dots\dots$

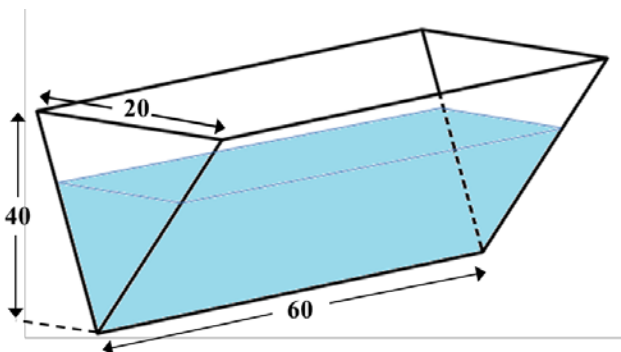
5. จงหาสมการของเส้นสัมผัสของเส้นโค้ง $e^{xy^2} = x^2y - 161y + 162$ ที่จุด $(0,1)$

6. กำหนด $y = \frac{(\tan 2)^{\sqrt{x}} (\ln(2x))^2}{\sqrt[3]{x^2 + 4}}$ เมื่อ $x > \frac{1}{2}$ จงหา $\frac{dy}{dx}$ โดยใช้สมบัติลอการิทึมธรรมชาติ

7. กำหนดให้ถังบรรจุน้ำที่มีรูปทรงเป็นทรงกระบอกที่มีหน้าตัดเป็นรูปวงกลมและความสูงคงที่ ในการวัดรัศมีหน้าตัดของถังน้ำพบว่ามีความผิดพลาดร้อยละ $\pm 0.02\%$ จงให้ดิฟเฟอเรนเชียลในการประมาณค่าผิดพลาดร้อยละของปริมาตรของถังน้ำ

8. กำหนดให้ $f(x) = \frac{x+200}{\sqrt{x}}$ จงใช้การประมาณเชิงเส้นในการหาค่าประมาณของ $f(5) = \frac{5+200}{\sqrt{5}}$

9. ปล่อน้ำด้วยอัตราเร็วคงที่เข้าในถังน้ำรูปทรงกระบอก ที่มีความยาว 60 ฟุต และหน้าตัดเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ที่มีความสูง 40 ฟุต และความกว้าง 20 ฟุต ดังรูป เมื่อระดับน้ำสูง 30 ฟุต อัตราการเปลี่ยนแปลงความสูงของน้ำเทียบกับเวลาเท่ากับ 1.5 ฟุตต่อวินาที จงหาว่าปริมาตรของน้ำมีอัตราการเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นเท่าใด



10. กำหนด $f(x) = e^{x^3+3x^2-9x+21}$

10.1 จงหาค่าวิกฤตทั้งหมดของ $f(x)$

10.2 จงระบุช่วงทั้งหมดที่ $f(x)$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด และค่า x ทั้งหมดที่ทำให้เกิดค่าต่ำสุดสัมพัทธ์หรือค่าสูงสุดสัมพัทธ์ของ $f(x)$ (ถ้ามี)

a) $f(x)$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มบนช่วง

b) $f(x)$ เป็นฟังก์ชันลดบนช่วง

c) ค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ของ $f(x)$ เกิดที่ $x =$

d) ค่าสูงสุดสัมพัทธ์ของ $f(x)$ เกิดที่ $x =$

11. ต้องการทำกล่องที่มีฝาปิดด้านบนและฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสกล่องหนึ่งด้วยเงิน 2,400 บาท โดยที่ราคาวัสดุที่ใช้ทำฐานและฝากล่องราคาตารางนิ้วละ 4 บาท ราคาวัสดุที่ใช้ทำด้านข้างกล่องราคาตารางนิ้วละ 2 บาท จงหาปริมาตรที่มากที่สุดของกล่องนี้

12. กำหนด $f(x) = (1 + 2x)^{\frac{5}{2}}$

12.1 จงหาพหุนามแมคลอรินดีกรี 3 ($P_3(x)$) ของ $f(x)$

12.2 จงใช้พหุนามจากข้อ 12.1 ประมาณค่าของ $(1.04)^{\frac{5}{2}}$ (ตอบในรูปทศนิยม 5 ตำแหน่ง)

13. ต้องการหาจุดที่กราฟ $y = e^x$ ตัดกับ $y = 3x$ โดยใช้วิธีนิวตันราฟสัน

13.1 จงสร้างฟังก์ชัน $f(x)$ ที่ใช้ในการประมาณค่าดังกล่าว

$f(x) =$

13.2 จงแสดงว่า สมการ $f(x) = 0$ มีคำตอบในช่วง $[0,1]$

13.3 ถ้ากำหนด $x_0 = \frac{1}{2}$ จงหา x_1 (กำหนดให้ $e^{\frac{1}{2}} = 1.65$)

14. กำหนดให้ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x) = 5$, $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 1$, และ $\lim_{x \rightarrow 0} g'(x) = 4$

จงหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(f(x))^2 - 4}{1 - g(x)}$

15. จงแสดงวิธีหาค่าของลิมิตต่อไปนี้

15.1 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^x - 4}{4^x - 3}$

15.2 $\lim_{x \rightarrow -\infty} x \left(\frac{\pi}{2} + \arctan x \right)$

15.3 $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\ln(x^3 - 1) - \ln(4x^3 - x - 3) \right)$

16. จงหาค่า k ที่ทำให้ $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + kx)^{\frac{7}{x}} = e$

