

แบบฝึกหัดทบทวนก่อนสอบกลางภาค ชุดที่ 1 เทอม 1/59

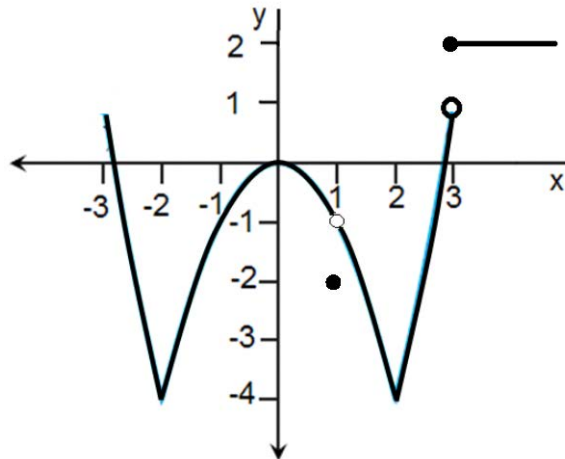
1. กำหนด $f(x) = \begin{cases} 4x-7 & , x < 2 \\ (2x-3)^2 & , x \geq 2 \end{cases}$

1.1 จงหา $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{f(2+\Delta x) - f(2)}{\Delta x}$

1.2 จงหา $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(2+\Delta x) - f(2)}{\Delta x}$

1.3 $f'(2)$ หาค่าได้หรือไม่เพราะเหตุใด ถ้าหาค่าได้ จงระบุค่าของ $f'(2)$

2. จงพิจารณากราฟของ $y = f(x)$ ต่อไปนี้



2.1 f ไม่ต่อเนื่องที่ $x = \dots\dots\dots$

2.2 f หาอนุพันธ์ไม่ได้ที่ $x = \dots\dots\dots$

3. จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้

3.1 $y = (x^3 + 9\sqrt[3]{x})(5 + \sin x)$

3.4 $y = 6^{\cos^2 x}$

3.2 $y = (7 + \arctan(7x))^7$

3.5 $y = 3\log_5(x^2 + 4)$

3.3 $y = \frac{\tan(x+1)}{e^{2x} + \sec x}$

4. ให้ $y = f(g(x))$ หาอนุพันธ์ได้ที่ x โดยที่ $g(1) = 3$, $g'(1) = -4$ และ $f'(3) = 6$ จงหา $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=1}$

5. กำหนด $f(x) = (3x)^{20} + x^{19} + 1$ และ $g(x) = \frac{k}{x}$ จงหาค่า k ที่ทำให้ $f^{(20)}(1) = g^{(20)}(1)$

6. กำหนด $y = \frac{\pi^{(x+e)} \sqrt{x^2 + 2}}{\ln x}$, $x > 1$ จงหา $\frac{dy}{dx}$ โดยใช้สมบัติของลอการิทึมธรรมชาติ

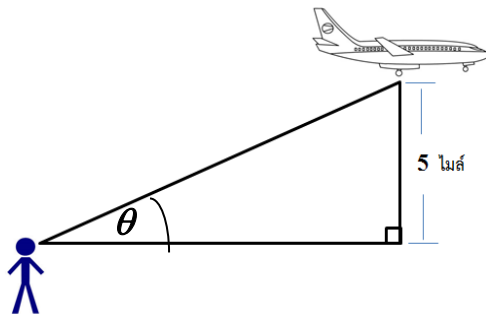
7. ให้ $S(t)$ เป็นระยะทางที่เครื่องบินวิ่งไปบนรันเวย์ก่อนจะบินขึ้น (มีหน่วยเป็นเมตร) และ t เป็นเวลา (มีหน่วยเป็นวินาที)

$$\text{กำหนดให้ } S(t) = \frac{10}{9}t^2$$

สมมติว่าเครื่องบินจะขึ้นจากรันเวย์ได้ เมื่อมันมีความเร็วเป็น $\frac{500}{9}$ เมตรต่อวินาที จงหาว่าเครื่องบินจะวิ่งอยู่บนรันเวย์เป็นเวลานานเท่าใดและได้ระยะทางเท่าใดก่อนจะบินขึ้น

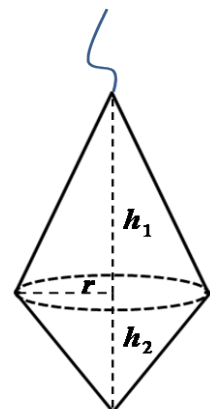
8. จงหาสมการของเส้นสัมผัสกราฟของ $3xy^2 + x^2y = x^2 + 3y^2$ ที่ $x = 1$

9. ชายคนหนึ่งมองเห็นเครื่องบินลำหนึ่งบนท้องฟ้า โดยเครื่องบินบินในระดับความสูงจากระดับสายตาคนที่ 5 ไมล์ ด้วยอัตราเร็วคงที่ 600 ไมล์/ชั่วโมง ให้ θ เป็นมุมที่ชายผู้นั้นมองดูเครื่องบิน ดังรูป จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของมุม θ เทียบกับเวลา ขณะที่มุม $\theta = 30^\circ$



10. ในการวัดปริมาตรของลูกดิ่งที่ประกอบจากกรวยโลหะตันสองรูปที่มีความสูงเป็นค่าคงที่ h_1 และ h_2 หน่วยและรัศมีรวม r หน่วย ดังรูป ในการวัดรัศมีของลูกดิ่งดังกล่าว มีความผิดพลาดร้อยละที่เป็นไปได้ $\pm 0.5\%$ จงใช้ดิฟเฟอเรนเชียลในการประมาณค่าผิดพลาดร้อยละที่เป็นไปได้ในการคำนวณปริมาตรของลูกดิ่ง

$$(\text{ปริมาตรของกรวย} = \frac{1}{3}(\text{พื้นที่ฐาน}) \times (\text{ความสูง}))$$



11. จงใช้การประมาณเชิงเส้นในการหาค่าประมาณของ $\cos\left(\frac{3}{2}\right)$ เมื่อกำหนด $\pi \approx 3.14$

12. วัตถุเคลื่อนที่บนแกน x โดย ณ นาทีที่ t ระยะทางจากจุดกำเนิดไปยังวัตถุจะมีค่าเท่ากับ $s(t) = \ln(t + 1)$

จงหาเวลาที่วัตถุมีความเร็วเท่ากับอัตราเร็วเฉลี่ยในช่วง 2 นาทีแรก

13. จงใช้ทฤษฎีบทค่าระหว่างกลางเพื่อตรวจสอบว่าสมการ $\frac{x^2-1}{2} = 0$ มีคำตอบในช่วงใดต่อไปนี้หรือไม่

13.1 ช่วง $[-2,0]$

13.2 ช่วง $[-2,2]$

14. กำหนดให้ $f(x) = 5x^4 - 22x^3 + 25x^2 + 8x - 16$ จงใช้วิธีของนิวตัน-ราฟสันในการประมาณค่าคำตอบของสมการ $f(x) = 0$ โดยให้ $x_0 = 0$

15. กำหนด $f(x) = (x^2 - 2x + 3)^{\frac{1}{3}}$

15.1 จงหาค่าวิกฤตทั้งหมดของ f

15.2 จงระบุช่วงทั้งหมดที่ f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม.....

15.3 จงระบุค่า x ทั้งหมดที่ทำให้เกิดค่าสูงสุดสัมพัทธ์ (ถ้ามี).....

15.4 จงระบุค่า x ทั้งหมดที่ทำให้เกิดค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ (ถ้ามี).....

16. กล้องที่มีฐานรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสกล้องหนึ่ง มีผลรวมความสูงและความยาวเส้นรอบรูปของฐานกล้องเท่ากับ 90 นิ้ว อยากทราบว่ากล้องนี้จะมีปริมาตรมากที่สุดเท่าไร

17. กำหนด $f(x) = xe^x$

17.1 จงหาพหุนามเทย์เลอร์ดีกรี 3 ($P_3(x)$) ของ $f(x)$ รอบ $x = a$

17.2 ถ้าต้องการประมาณค่า $0.01e^{0.01}$ โดยใช้พหุนามจากข้อ 17.1 ให้ได้ค่าใกล้เคียงที่สุด ควรจะกระจายพหุนามรอบจุด

$x = \dots\dots\dots$

17.3 จงประมาณค่า $0.01e^{0.01}$ โดยใช้พหุนามจากข้อ 17.1 และจุดที่เลือกในข้อ 17.2

18. จงเติมคำตอบของลิมิตต่อไปนี้ ในกรณีที่ลิมิตไม่ใช่จำนวนจริง ให้บอกว่าลิมิตเป็น $+\infty$ หรือ $-\infty$ หรือเหตุผลอื่นๆ

$$18.1 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 2x^2 + 1}{\sin x + 4} = \dots\dots\dots$$

$$18.2 \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{\ln x} + \frac{7^x}{x} \right) = \dots\dots\dots$$

19. จงหาค่าของลิมิตต่อไปนี้

$$19.1 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 + 4x - 3}{4x^2 - 5x + 1}$$

$$19.2 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos x}{x^2} - \frac{\sin x}{x^3} \right)$$

$$19.3 \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2 + 1)^{\frac{1}{2x}}$$