

แบบฝึกหัด Final 2562/1 ชุด 3

1. จงหาค่าของอินทิกรัลไม่จำกัดเขตต่อไปนี้

1.1. $\int \left((x+1)^5 + \frac{5}{x^{2/3}} + \frac{\pi}{\sqrt{2x+1}} \right) dx$

1.2. $\int e^{\cot(x+2)} \operatorname{cosec}^2(x+2) dx$

1.3. $\int \frac{6x(\ln(x^2+1))^2}{x^2+1} dx$

1.4. $\int \left(\sin(\sin(x)) + \sin^6(x) \right) \cos(x) dx$

2. ประเสริฐต้องการหาค่าอินทิกรัล $\int f(x)h'(x) dx$ โดย ภัสสร และ เมธ ซึ่งเป็นน้องของประเสริฐทราบค่า $f(x)h(x) = (x+1)^5$ และ $\int f'(x)h(x) dx = \sin(x)$ ให้นักศึกษาทุกคนช่วยประเสริฐหาค่าอินทิกรัลดังกล่าวโดยวิธีอินทิเกรตแบบแยกส่วน

3. จงหาค่าอินทิกรัล $\int x \arcsin(x^2) dx$

4. จงหาค่าของอินทิกรัล $\int \sin^5(x) \cot^2(x) dx$

5. จงหาค่าของอินทิกรัล $\int \sin(3\pi x) \cos^2(2\pi x) dx$

(กำหนด: $\cos^2 A = \frac{1}{2}(1 + \cos(2A))$)

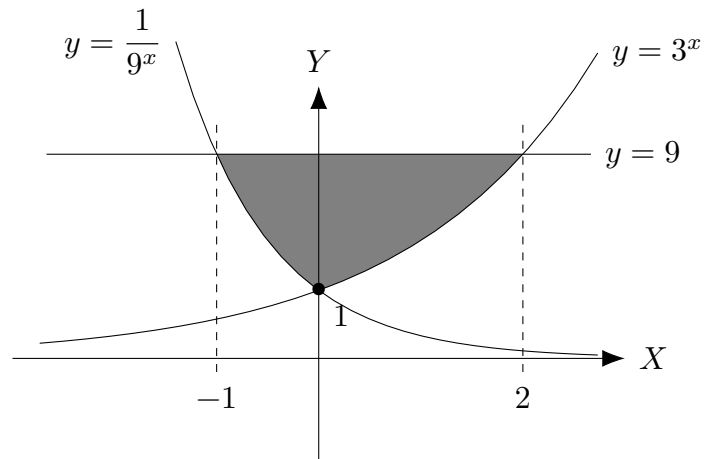
6. จงหาค่าของอินทิกรัล $\int \frac{\sqrt{x^2-1}}{x^4} dx$

7. จงเขียนฟังก์ชันตรรกยะต่อไปนี้เป็นผลบวกของเศษส่วนย่อย (โดยไม่ต้องคำนวณค่า)

$$\frac{5x^4 + 3x^2 + 1}{(x^2 - 1)(2x^2 + 1)^2} = \dots\dots\dots$$

8. จงหา $\int \frac{x^2 - 3x + 4}{(x+1)(x-1)^2} dx$

9. กำหนดให้ R เป็นบริเวณที่แรเงาดังรูป



จงเขียนพื้นที่ของ R ในรูปของอินทิกรัลจำกัดเขต (โดยไม่ต้องคำนวณค่า)

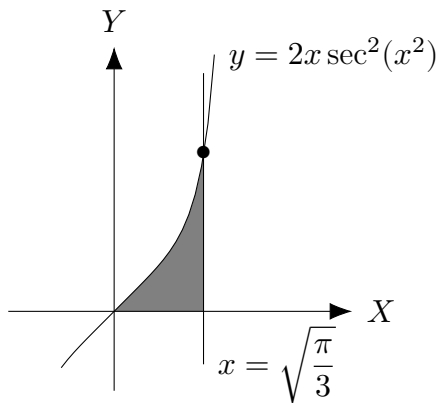
9.1. เทียบกับ dx

พื้นที่ $R = \dots\dots\dots$

9.2. เทียบกับ dy

พื้นที่ $R = \dots\dots\dots$

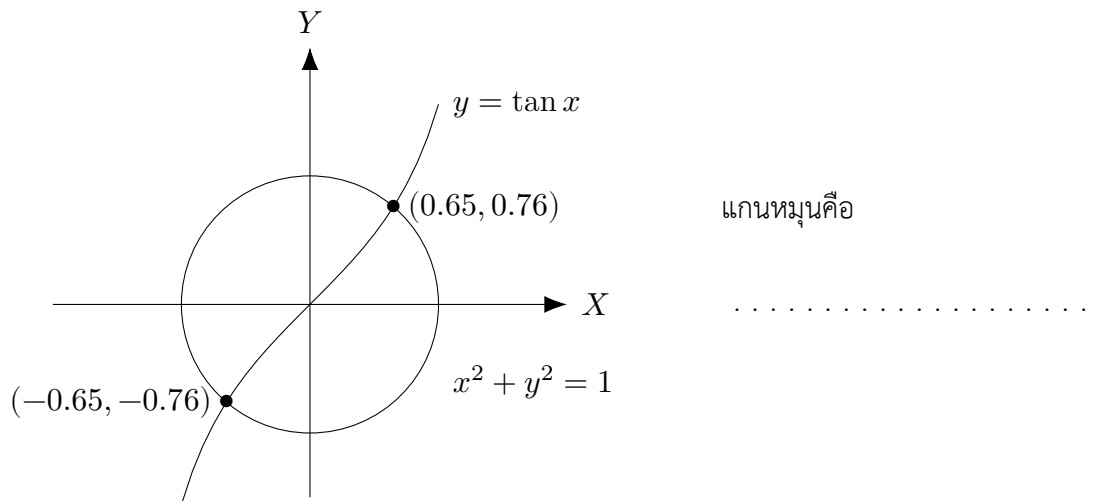
10. จงหาพื้นที่ของบริเวณที่แรเงา



11. กำหนดปริมาตรของทรงตันที่เกิดจากการหมุนบริเวณ R รอบแกนหมุนมีค่าเท่ากับ

$$V = 2\pi \int_{-0.76}^0 (0 - y)(\arctan(y) + \sqrt{1 - y^2}) dy$$

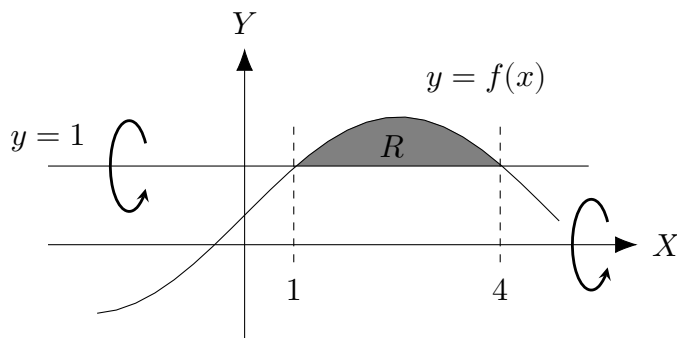
11.1. จงแรเงาบริเวณ R ที่ทำให้เกิดปริมาตรดังกล่าว พร้อมทั้งระบุแกนหมุน



11.2. จงเขียนปริมาตรที่เกิดจากการหมุนบริเวณ R รอบแกนหมุนเดิมโดยเขียนคำตอบในรูปอินทิกรัลจำกัดเขตเทียบกับ dx (โดยไม่ต้องคำนวณค่า)

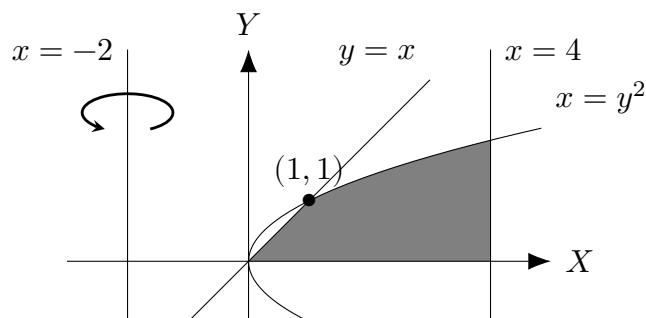
$V =$

12. กำหนดให้ R เป็นบริเวณดังรูป



ให้ V_1 แทนปริมาตรที่เกิดจากการหมุนบริเวณ R รอบแกน X โดยวิธี Disk (Washer)
 V_2 แทนปริมาตรที่เกิดจากการหมุนบริเวณ R รอบเส้นตรง $y = 1$ โดยวิธี Disk
 ถ้า $V_1 - V_2 = 4\pi$ จงหาพื้นที่ของบริเวณ R

13. กำหนดรูป



จากรูปจงหาปริมาตร V ที่เกิดจากการหมุนบริเวณที่แรเงารอบเส้นตรง $x = -2$ โดยวิธีที่กำหนดให้ และเขียนคำตอบในรูปอินทิกรัลจำกัดเขต (โดยไม่ต้องคำนวณค่า)

13.1. โดยวิธี Disk (Washer)

$$V = \dots\dots\dots$$

13.2. โดยวิธี Shell

$$V = \dots\dots\dots$$

14. จงหาความยาวส่วนโค้งของ $x = \frac{y^{3/2}}{3} - y^{1/2}, \quad 1 \leq y \leq 4$

15. กำหนดให้ค่าของ x และค่าของ $f(x)$ ดังตารางต่อไปนี้

x	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0
$f(x)$	1	1.5	2	2.5	2	3.5	2.5	3	2.5	1.5	2
x	3.2	3.4	3.6	3.8	4	4.2	4.4	4.6	4.8	5.0	5.2
$f(x)$	3.5	2	1.5	2	1.5	0.5	3	3.5	3	2	1

15.1. จงใช้การประมาณเชิงสี่เหลี่ยมคางหมูประมาณค่าของ $\int_1^3 f(x) \, dx$ เมื่อ $n = 5$

15.2. จงใช้หลักเกณฑ์ของซิมป์สันประมาณค่าของ $\int_1^5 f(x) \, dx$ เมื่อ $n = 4$

16. จงเขียนอินทิกรัลไม่ตรงแบบ (improper integral) ต่อไปนี้ ในรูปลิมิตของอินทิกรัล (โดยไม่ต้องคำนวณค่า)

16.1. $\int_2^\infty \frac{\ln(x-2)}{x+1} \, dx = \dots\dots\dots$

16.2. $\int_0^4 \frac{x}{(x-2)(x^2-16)} \, dx = \dots\dots\dots$

17. จงแสดงว่าอินทิกรัลไม่ตรงแบบ (improper integral) ต่อไปนี้ ว่าคอนเวิร์จหรือไดเวอร์จ ถ้าคอนเวิร์จจงหาค่าอินทิกรัลดังกล่าว

17.1. $\int_{-\infty}^1 \frac{1}{1+x^2} \, dx$

17.2. $\int_2^3 \frac{1}{x-2} \, dx$