

แบบฝึกหัดสำหรับ Final 2562/1 ชุดที่ 2

1. จงหาอินทิกรัลต่อไปนี้

1.1. $\int \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{5}{x^2} + \frac{6x}{x^2+1} + \frac{1}{x} dx$

1.2. $\int (2x+18)^5 + (2+18x)^{1/5} dx$

1.3. $\int e^{\sin x} \cos x - 2^{\cos x} \sin x dx$

1.4. $\int [(1 - \tan x)^{9/2} + \cot x] \sec^2 x dx$

1.5. $\int \frac{4x}{\sqrt{1 - (1 - x^2)^2}} dx$

1.6. $\int x^4 \operatorname{cosec}(5x^5 + 5) \cot(5x^5 + 5) dx$

2. จงหาอินทิกรัลต่อไปนี้ โดยใช้เทคนิค Integration by parts

2.1. $\int \frac{\ln(x^2 + 1)}{2x^2} dx$

2.2. $\int (x^3 + 1)x^2 e^{x^3} dx$

3. จงหาอินทิกรัล $\int \sin^3(2\pi x) dx$

4. จงหาอินทิกรัล $\int \cos(x) \cos(2x) \cos(3x) dx$

5. จงหาอินทิกรัล $\int \frac{x}{\sqrt{9 - (x-2)^2}} dx$ โดยการแทนด้วยฟังก์ชันตรีโกณมิติ

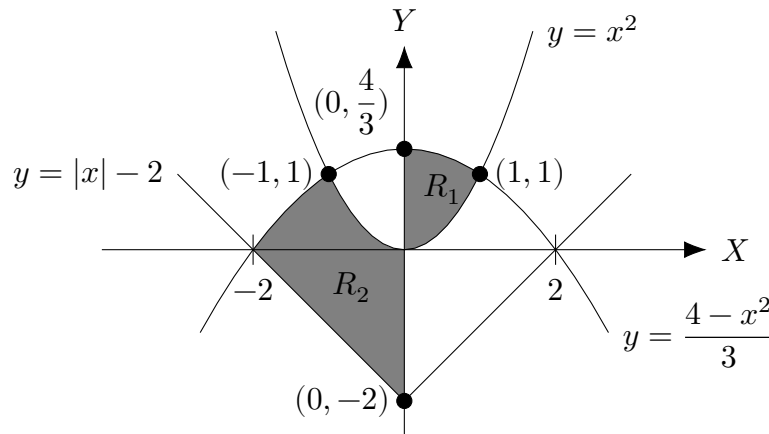
6. จงเขียน $\frac{(x-1)(x-3)}{x(x^2+1)(x^2-4)}$ ให้อยู่ในรูปแบบของผลบวกของเศษส่วนย่อยที่ถูกต้อง โดยไม่ต้องคำนวณค่าคงตัว

$$\frac{(x-1)(x-3)}{x(x^2+1)(x^2-4)} = \dots\dots\dots$$

7. จงหา $\int \frac{x^3 - 2x - 2}{x^2(x^2 + 2x + 2)} dx$

8. ให้ f เป็นฟังก์ชันซึ่ง $f(x) \leq 0$ บน $[-1, 1]$ ถ้าปฏิยานุพันธ์หนึ่งของ f บนช่วงดังกล่าวคือ $x^3 - 3x + 1$ จงหาพื้นที่ระหว่างเส้นโค้ง $y = f(x)$ และแกน x เมื่อ $-1 \leq x \leq 1$

9. ให้ R_1 และ R_2 เป็นบริเวณที่กำหนดให้ดังรูป



9.1. จงเขียนพื้นที่ของบริเวณ R_1 ในรูปของอินทิกรัล โดยไม่ต้องคำนวณค่า

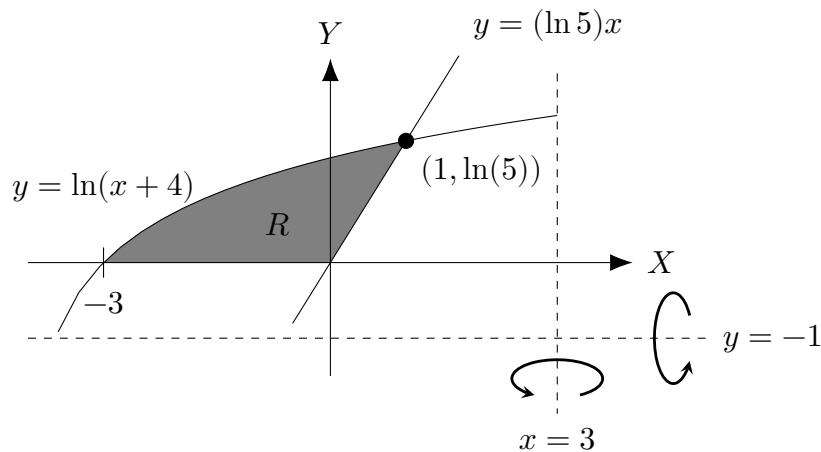
.....

9.2. จงเขียนพื้นที่ของบริเวณ R_2 ในรูปของอินทิกรัล โดยไม่ต้องคำนวณค่า

.....

10. มดตัวหนึ่งเมาน้ำหวานจนเสียการทรงตัวทำให้เดินเป็นเส้นโค้งซึ่งมีสมการเป็น $y = \sqrt{4x - x^2}$ ถ้ามดตัวนี้เริ่มเดินทางจากจุด $(0, 0)$ และเขามีพละกำลังที่สามารถเดินไปได้จนถึงจุด $(2, 2)$ เท่านั้น จงหาว่ามดเมาน้ำหวานตัวนี้สามารถเดินได้เป็นระยะทางเท่าใด (กำหนดให้ $\frac{d}{dx}[\arcsin(\frac{x}{2} - 1)] = \frac{1}{\sqrt{4x - x^2}}$)

11. ให้ R เป็นบริเวณที่ถูกปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง $y = \ln(x + 4)$ เส้นตรง $y = (\ln 5)x$ และ แกน X (ดังรูป) จงหาปริมาตร V ของทรงตันที่เกิดจากการหมุน R รอบเส้นตรงที่กำหนด โดยเขียนคำตอบในรูปอินทิกรัลจำกัดเขต



11.1. หมุนบริเวณ R รอบเส้นตรง $y = -1$ หาโดยใช้ Shell method โดยไม่ต้องคำนวณค่า

.....

11.2. หมุนบริเวณ R รอบเส้นตรง $x = 3$ หาโดยใช้ Disk (Washer) method โดยไม่ต้องคำนวณค่า

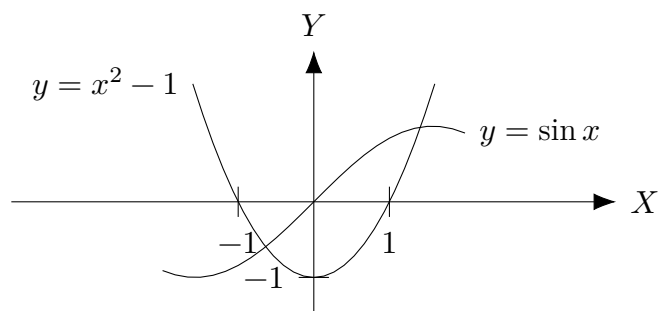
.....

12. กำหนดให้

$$V = \int_0^1 2\pi(1-x)(\sin x - (x^2 - 1)) dx$$

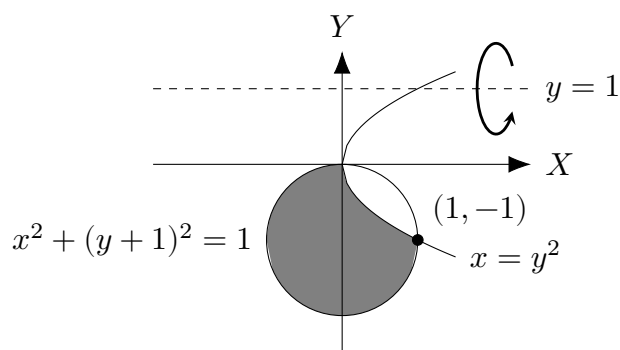
เป็นปริมาตรของทรงตันที่เกิดจากการหมุนพื้นที่ R

12.1. จงแรเงาพื้นที่ R



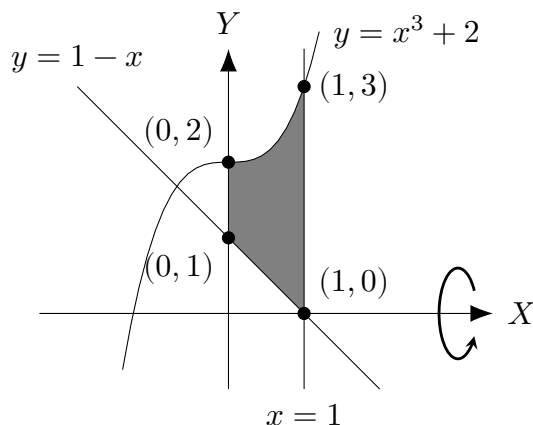
12.2. การหมุนครั้งนี้ หมุนรอบเส้นตรง

13. จงหาปริมาตร V ของทรงสามมิติที่เกิดจากการหมุนบริเวณที่แรเงาดังรูป หมุนรอบเส้นตรง $y = 1$ โดยเขียนคำตอบในรูปอินทิกรัลจำกัดเขต โดยไม่ต้องคำนวณค่า



$V =$

14. จงหาปริมาตรของทรงตันที่เกิดจากการหมุนบริเวณที่ปิดล้อมด้วยสมการวงกลม $y = x^3 + 2$ เส้นตรง $y = 1 - x$ เส้นตรง $x = 1$ และ แกน Y (ดังรูป) รอบแกน X โดยคำนวณให้เสร็จสมบูรณ์



15. กำหนดค่า x และ $f(x) = e^{x^2}$ ดังตาราง

x	0	1/8	2/8	3/8	4/8	5/8	6/8	7/8	1
$f(x)$	1	1.02	1.06	1.15	1.28	1.48	1.75	2.15	2.72

จงหาค่าโดยประมาณของ

15.1. $\int_0^1 f(x)dx$ เมื่อ $n = 2$ โดยใช้การประมาณค่าเชิงสี่เหลี่ยมคางหมู

15.2. $\int_0^1 f(x)dx$ เมื่อ $n = 4$ โดยใช้กฎของซิมป์สัน

16. จงเขียนอินทิกรัลไม่ตรงแบบต่อไปนี้ในรูปแบบลิมิตของอินทิกรัล โดยไม่ต้องคำนวณค่า

16.1. $\int_{-1}^1 \frac{1}{(x^2 + 1) \sin(x)} dx$

16.2. $\int_1^3 \frac{e^x}{(x^2 - 9)(x - 1)} dx$

16.3. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-x^4}}{e^{x^2} + 1} dx$

17. จงแสดงว่าอินทิกรัลไม่ตรงแบบ $\int_0^1 \frac{3x^2}{(1 - x^3)^2} dx$ หาค่าได้หรือไม่ ถ้าหาค่าได้ ให้หาค่าอินทิกรัล