

รายงาน

เรื่อง ห้องแห่งความลับ

จัดทำโดย

นางสาว ชลگانฎา กุลจิตติพิพทธิ์ รหัสนักศึกษา 571110124 ลำดับที่ 68

นางสาว ชัญญา พองคำ รหัสนักศึกษา 571110127 ลำดับที่ 69

นางสาว ชัญญา อินตะเทพ รหัสนักศึกษา 571110128 ลำดับที่ 70

นางสาว ณิชวีวรรณ ดวงจินดา รหัสนักศึกษา 571110138 ลำดับที่ 71

นางสาว ณิชวีวรรณ กันทะวงศ์ รหัสนักศึกษา 571110140 ลำดับที่ 72

นางสาว ชัญญาเรศ จิตนาน รหัสนักศึกษา 571110145 ลำดับที่ 73

เสนอ

อาจารย์ ดร. อติชาติ เกตตะพันธุ์

อาจารย์ ดร. ศิริวรรณ เกตตะพันธุ์

รายงานฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์กับอารยะธรรม (201117)

ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2557

มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ จังหวัดเชียงใหม่

คำนำ

รายงานฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการนิเทศศาสตร์และวิทยาศาสตร์กับอารยธรรม โดยทางกลุ่มผู้จัดทำได้จัดทำเรื่อง “ห้องแห่งความลับ” โดยแบ่งเป็น 3 หัวข้อหลัก ได้แก่ ประวัติที่มาของเงาพระธาตุ การอธิบายการเกิดภาพพระธาตุหัวกลับและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง และกล้องรูเข็ม เพื่อศึกษาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์โดยบูรณาการเข้ากับประวัติศาสตร์ในวัด กลุ่มของข้าพเจ้าหวังเป็นอย่างยิ่งว่ารายงานฉบับนี้คงมีประโยชน์แก่ผู้อ่านไม่มากนักน้อย และคณะผู้จัดทำขอขอบพระคุณอาจารย์ประจำวิชามา ณ ที่นี้ในการให้แนวทางในการทารายงานฉบับนี้

สุดท้ายนี้หากรายงานฉบับนี้มีข้อผิดพลาดประการใด กลุ่มคณะผู้จัดทำก็ขออภัยเป็นอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้ด้วย

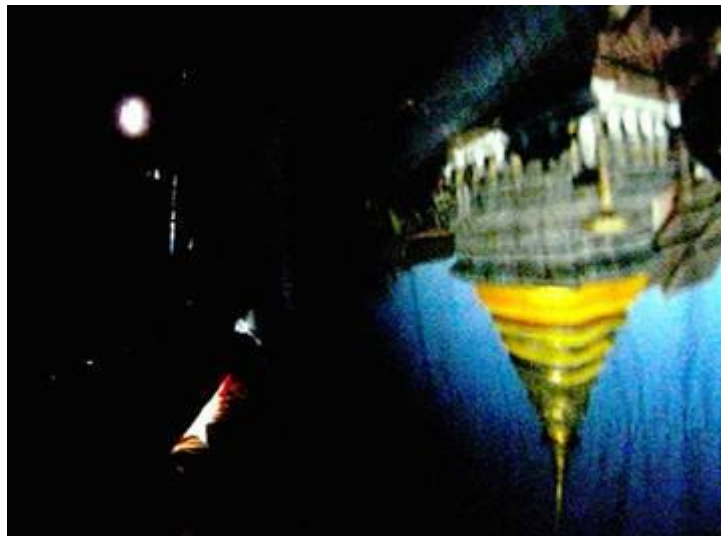
คณะผู้จัดทำ

สารบัญ

เรื่อง	หน้า
คำนำ	ก
สารบัญ	ข
ประวัติที่มาของการเกิดเงาพระธาตุหัวกลับ	1
การอธิบายการเกิดภาพและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง	9
- การอธิบายการเกิดภาพ	9
- ทฤษฎีกระจกและเลนส์	10
- ทฤษฎีสามเหลี่ยมคล้าย	12
กล้องรูเข็ม	14
บรรณานุกรม	ค

ประวัติที่มาของเงาพระธาตุ

จังหวัดลำปาง ได้ชื่อว่าเป็นเมืองแห่งธมมาและชามตราไก่ เพราะเป็นจังหวัดเดียวในประเทศไทยที่มีธมมาวิ้งอยู่ในปัจจุบัน นอกจากนี้ลำปางยังขึ้นชื่อลือชาในเรื่องของชาม(เซรามิก)ตราไก่ ซึ่งเราสามารถพบเห็นสัญลักษณ์เซรามิกรูปไก่ตาม ป้ายชื่อถนน บนสะพาน หรือตามตึกต่างๆ ได้ทั่วไปในเมืองนอกจากธมมาและชามตราไก่ที่เป็นสัญลักษณ์ของลำปางแล้ว เมืองนี้ยังน่าฉงนตรงที่เป็นเมืองที่มีเงาพระธาตุให้ชมกันอยู่หลายวัดทีเดียว



เงาพระธาตุหัวกลับอันเลื่องชื่อที่วัดพระธาตุลำปางหลวง

เงาพระธาตุ หากมองกันตามหลักวิทยาศาสตร์ถือเป็นปรากฏการณ์หักเหของแสงในหลักการเดียวกลับกล้องรูเข็ม แต่ที่ลำปางนี้แปลกตรงที่มีเงาพระธาตุปรากฏให้ชมกันหลากหลายรูปแบบทั้งเงาพระธาตุหัวกลับ หัวตั้งเงาพระธาตุซ้อนชั้น ซึ่งเงาพระธาตุที่เด่นๆ นั้นมีอยู่ในลำปาง ดังนี้



สถาปัตยกรรมแห่งวัดพระธาตุลำปางหลวง

เงาพระธาตุอันซีน วัดพระธาตุลำปางหลวง

วัดพระธาตุลำปางหลวง(ต.ลำปางหลวง อ.เกาะคา) ถือเป็นวัดเก่าแก่คู่บ้านคู่เมืองของชาวลำปาง ทุกครั้งที่ "ผู้จัดการท่องเที่ยว" ได้มาเยือนนครธมแห่งนี้ก็ต้องแวะไปสักการบูชาพระธาตุและพระพุทธรูปอื่นๆ ในวัดทุกครั้งไป และก็ต้องอดไม่ได้ที่จะแวะเข้าไปส่องดูเงาพระธาตุที่ลอดผ่านรูผนังมาปรากฏบนผืนผ้าภายใน"วิหารพระพุทธ" ที่ปรากฏ เป็นเงาพระธาตุหัวตั้งให้ชมกันด้วยสีสันเหมือนจริงปัจจุบันภาพแม่เงาพระธาตุจะดูจืดจางลงไม่คมชัดเช่นเดิมเนื่องจาก พฤติกรรมของมนุษย์บางจำพวกที่ซุกซนเห็นรูเป็นไม่ได้ ชอบเอานิ้วไปแหย่ไปจิ้มทำให้รูที่แสงส่องเข้ามากว้างขึ้น ความคมชัด ของเงาที่เกิดขึ้นก็น้อยลงตามไปด้วย ดังนั้น "ผู้จัดการท่องเที่ยว" ขอความร่วมมือ ว่าจะให้ดูแต่ตามืออย่างต้อง ของจะได้ไม่เสียนะครับพี่น้องไม่เพียงที่วิหารพระพุทธแล้ว "มณฑปพระพุทธบาท" ก็เป็นอีกแห่งหนึ่งในวัดพระธาตุลำปางหลวง ที่ปรากฏภาพเงาพระธาตุ หรือพระธาตุหัวกลับที่โด่งดังเลื่องชื่อ จนได้รับการ ยกย่องจากททท.ให้เป็นใน Unseen Thailand เลยทีเดียว เงาพระธาตุที่นี้ดูแล้วคมชัดสวยงามกว่าที่วิหารหลวง อาจจะเนื่องมาจากปริมาณคนที่เข้ามาดูมีน้อยกว่า เพราะที่มณฑปพระพุทธบาทเข้าห้ามมิให้ผู้หญิงเข้าคนที่เข้าไปดูได้ จึงมีแต่ผู้ชายเท่านั้น สำหรับ "องค์พระธาตุ" ที่ทำให้เกิดเงานั้น เป็นองค์พระธาตุเจดีย์แบบล้านนาผสมเจดีย์ทรงลังกา ก่ออิฐถือปูน ประกอบด้วยฐานสี่เหลี่ยมย่อมุมด้วย บัวมาลัย

สามชั้นเป็นเจดีย์ขนาดใหญ่หุ้มด้วยแผ่นทองเหลือง ฉลุลาย หรือที่เรียกว่าทองจังโก ตามตำนาน
กล่าวว่า เป็นบรรจุพระบรมสารีริกธาตุ



มณฑปพระเจ้าล้านทองในวิหารหลวงวัดพระธาตุลำปางหลวง

นอกจากเงาพระธาตุแล้ว ที่วัดพระธาตุลำปางหลวงยังมีสิ่งน่าสนใจชวนชมอีกหลายจุด อาทิ "พระแก้ว" จากวัดพระแก้วดอนเต้าสุชาดารามที่ประดิษฐานอยู่ในหอพระแก้ว หรือหากมีเวลามากหน่อย ก็สามารถเดินเข้าออกตาม วิหารต่างๆ เช่น "วิหารน้ำแต้ม" เป็นวิหารโลงมีภาพจิตรกรรมเก่าแก่ของล้านนา "วิหารหลวง"เป็นที่ประดิษฐานมณฑป พระเจ้าล้านทอง พระพุทธรูปองค์สำคัญของวัดอีกทั้งมีวิหารต้นแก้ว วิหารละโว้ หอพระไตรปิฎก กุฏิประดิษฐานอาคารพิพิธภัณฑ์และกุฏิสงฆ์ ให้ได้เที่ยวชมกันอีกด้วย

เงาพระธาตุจอมปิง



เงาพระธาตุที่วัดพระธาตุจอมปิง

วัดพระธาตุจอมปิง(บ้านจอมปิง ต.นาแก้ว อ.เกาะคา)เป็นอีกวัดหนึ่งที่มีชื่อเสียงโด่งดังในเรื่องของการปรากฏเงาพระธาตุ โดยทางทิศตะวันตกของพระธาตุเจดีย์สี่เหลี่ยมทองมี"พระอุโบสถ" อันเก่าแก่แบบสถาปัตยกรรมล้านนา ที่ภายใน เกิดปรากฏการณ์ "เงาพระธาตุ" ที่หน้าต่างพระอุโบสถมีรูเล็กๆที่แสงสามารถลอดผ่านเข้ามาทำให้เกิด เงาพระธาตุพาด ลงบนพื้นตลอดเวลาที่มีแสงลอดผ่านเข้ามาได้ ต่อมาทางวัดจึงได้นำเอากรอบผ้าขาวมาเป็นฉากรับภาพ เพื่อให้สามารถมอง เห็นชัดเจนยิ่งขึ้น

วัดพระธาตุคอกน้อย



วัดพระธาตุคอกน้อยมีเงาพระธาตุปรากฏให้ชมถึง 5 เงาด้วยกัน

เมื่อ ได้เข้ามาภายในพระอุโบสถ คุณลุงที่เฝ้าพระอุโบสถก็ปิดประตู เพื่อภายในห้องมืดลง จากนั้นก็เป็นช่วงเวลาอันน่าอัศจรรย์ เงาพระธาตุที่วัดจอมปิงมีสีส้มเหมือนจริง ปรากฏให้เราเห็นกันถ้วนหน้า เช่นเดียวกับที่วัดพระธาตุลำปางหลวงเลยที่เดียวเมื่อพวกเราชมเงาพระธาตุ กันเสร็จแล้วก็ออกมาเดินดูภายในบริเวณวัด และไม่ลืมที่จะแวะไปยัง "พิพิธภัณฑ์วัดพระธาตุจอมปิง" ที่ภายในจัดแสดงโบราณวัตถุต่างๆมากมายที่ขุดเจอในบริเวณวัด และพื้นที่ใกล้เคียง ซึ่งกรมศิลปากร ได้ตรวจสอบพบว่าโบราณวัตถุที่พบคล้ายกับแห่งโบราณคดีที่จังหวัดตาก กำแพงเพชร ลำพูน และนครสวรรค์ แสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์กันของแหล่งโบราณคดีเหล่านี้โบราณวัตถุที่จัดแสดง อาทิ เศษภาชนะดินเผา ตะขอสำริด กำไลหิน กำไลสำริด ใบหอก ลูกปัด ต่างหู เป็นต้น นอกจากนี้จัดมีของสะสมของวัด ได้แก่ พระพุทธรูป กล้องสุบยาดินเผา ที่ใส่ดินปั้นทำจากเขาสัตว์ ฝ้ายันต์ ตะกรุด เขียนหมากโดยจัดวางเรียงเป็นกลุ่มพร้อมป้ายคำบรรยายวัตถุภาษาไทยในบางรายการด้วยอัศจรรย์เงาพระธาตุ 5 เงาที่วัดพระธาตุคอกน้อยหลายคนอาจจะเกิดอาการงง ไม่คุ้นหู เมื่อเอ่ยถึงวัดพระธาตุคอกน้อย(ต.ท่าผา อ.เกาะคา) เพราะไม่คุ้นหูนักท่องเที่ยวเท่าไร แต่เชื่อม่ัยว่าที่วัดแห่งนี้มีเงาพระธาตุให้ชมถึง 5 เงาเลยที่เดียว

โดยเงาพระธาตุทั้ง 5 นั้น จะปรากฏภายใน"วิหารหลังเปียง" ที่หากเดินตรงเข้าไปจากประตูทางเข้า ทางฝั่งขวาของวิหารได้ปรากฏเงาพระธาตุขึ้น ในกรอบเดียวกันถึง 5 เงา โดยมีลักษณะเป็นเงาของพระธาตุหัวตั้งซ้อนกันเป็นชั้นๆ 4 เงา และเงาที่ด้านข้างเล็กๆ ส่วนบน)อีก 1 เงา ส่วนทางฝั่งซ้ายก็ยังมีเงาพระธาตุหัวตั้งปรากฏขึ้นอีก 1 เงาที่มองเห็นได้อย่างชัดเจน ซึ่งองค์พระธาตุองค์จริงที่ปรากฏในงานนั้นตั้งอยู่ทางด้าน หลัง ของวิหารมีลักษณะเป็นองค์พระธาตุสี่ค้ำมีส่วนยอดเป็นสีทองเหลืองอร่าม มีขนาดเล็กเมื่อเทียบกับองค์พระธาตุที่วัดพระธาตุลำปางหลวง ภายในบรรจ้อัฐิพระสัมมาสัมพุทธเจ้าเมื่อ "ผู้จัดการท่องเที่ยว" ชมเงาพระธาตุอย่างจุใจแล้ว ก็เดินตรงเข้าไปยังวิหารอีกหลังหนึ่งที่ตั้งอยู่ด้านหลังคือ "วิหารรอยพระพุทธรูป" ซึ่งเป็นรอยพระพุทธรูปที่ชาวบ้านพบที่ตรงเนิน ใกล้ทางรถไฟใกล้ๆวัด หากเดินลงบันไดหน้าวิหารหลังเปียงไป ยังด้านล่างจะเจอกับ "อนุสาวรีย์ครูบาศรีวิชัย"ที่สร้างเพื่อระลึกถึงคุณของครูบาศรีวิชัยที่ได้สร้างวัด และช่วยเหลือมาโดยตลอด ใกล้ๆกันมี "อุโบสถ" หลังเล็กๆ ภายในมีพระพุทธรูปเก่าแก่มากมาย พระพุทธรูปบางองค์ต้องสร้างกรงครอบไว้เพื่อกันขโมย เนื่องจากเป็นพระพุทธรูปทองสำริดซึ่งด้านในเป็น ทองคำ



ทางขึ้นสู่ตัววิหารหลังเปียง วิหารที่ปรากฏเงาพระธาตุถึง 5 เงาด้วยกัน

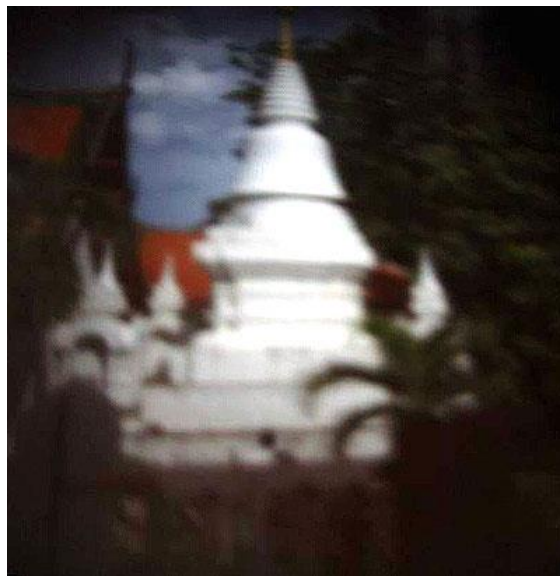
เงาพระธาตุวัดอภัยไชยคีรี



เงาพระธาตุวัดอภัยไชยคีรี

วัดอภัยไชยคีรี(ตั้งอยู่บริเวณกิโลเมตรที่ 50-51 อ.แจ้ห่ม) วัดนี้แม้จะไม่โด่งดังเท่ากับวัดพระธาตุลำปางหลวง และวัด พระธาตุจอมปิง แต่ก็เป็นที่ปรากฏเงาพระธาตุเช่นกัน วัดอภัยไชยคีรีนี้ตั้งอยู่บนเนินเขาริม ถนนสายลำปาง-แจ้ห่ม มีทางขึ้นเป็นบันไดนาคจำนวน 227 ขั้น เท่ากับศีลของพระภิกษุสงฆ์เมื่อขึ้นไป ด้านบนจะเจอกับ "พระธาตุเจดีย์" ลักษณะเป็นศิลปะล้านนาปน

เชียงใหม่ซึ่งแต่เดิมน่าจะเป็นศิลาปะหริภุญชัย และได้บูรณะกันมาหลายครั้ง โกล่กันนั้นมี "พระวิหารพระยืน" ซึ่งเป็นที่ปรากฏเงาพระธาตุ เช่นเดียวกับที่วัดพระธาตุจอมปิง ซึ่ง "เงาพระธาตุ" หรือ "เงาพระเจดีย์" นี้จะปรากฏให้เห็นชัดอยู่ในทิศทางด้านตะวันออกเสมอ ถึงแม้ว่าพระอาทิตย์จะเคลื่อนย้ายไปตามเวลาใดก็ตาม เงาของ พระธาตุก็ยังคงปรากฏอยู่ที่ตำแหน่งเดิมไม่มีการเคลื่อนย้ายตามพระอาทิตย์แต่อย่างใด ชาวบ้านอำเภอแจ้ห่มและอำเภอใกล้เคียงจึงถือกันว่าเป็น "เงาพระธาตุศักดิ์สิทธิ์"



เงาพระธาตุที่วัดประตูปอง อ.เมือง

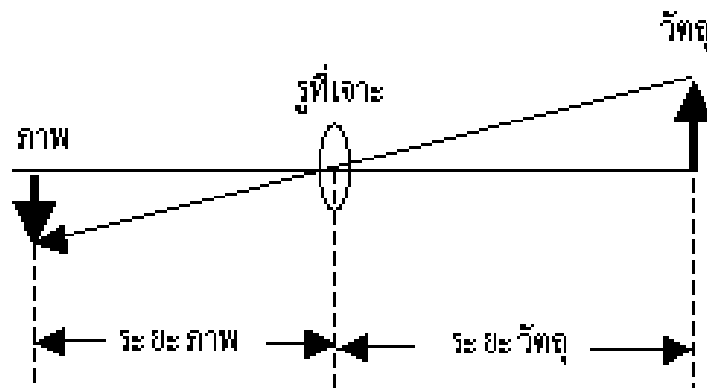
วิหารพระยืนแห่งนี้เป็นวิหารทรงสูงภายในประดิษฐาน "พระศากยมุนีคีรีอักโข" เป็นพระพุทธรูปยืนองค์ใหญ่ที่เก่าแก่ และเป็นที่เคารพนับถือของชาวแจ้ห่มเป็นอย่างมาก นอกจากพระพุทธรูปยืนแล้ว ยังมีพระพุทธรูปนอนปางไสยาสน์ประดิษฐานอยู่ใน "วิหารพระนอน" บริเวณหน้าอนุสาวรีย์เจ้าพ่อพญาคำลือ และวัดอักโขชัยคีรีแห่งนี้ยังมีพระพุทธรูป ในอิริยาบถนั่ง ซึ่งถือว่ามีครบทั้ง 3 พระอิริยาบถทั้งยืน นอน นั่ง เลยเซียวหละ และ "ผู้จัดการท่องเที่ยว" ขอแนะนำว่า หากมาเยือนวัดแห่งนี้ก็อย่าลืมมายังจุดชมวิว เพราะสามารถมองเห็นวิวมุมสูงของอำเภอแจ้ห่ม ได้อย่างกว้างไกลสวยงามเลยทีเดียว หากใครมีโอกาสแวะเวียนไปยังเมืองรถม้าลือต้น เครื่องปั้นดินเผา นามงามพระธาตุลือไกล แห่งนี้ ก็อย่าพลาดที่จะไปปลความ อัจฉรย์ของปรากฏการณ์เงาพระธาตุตามวัดต่างๆ อย่างเช่นที่ "ผู้จัดการท่องเที่ยว" ได้ไปลมา รับรองว่าเงาพระธาตุที่นี่ คุณัจฉรย์ใจไม่น้อยเลย

ที่มาของข้อมูล : <http://www.kachon.com/tour/detail.asp?id=1411>

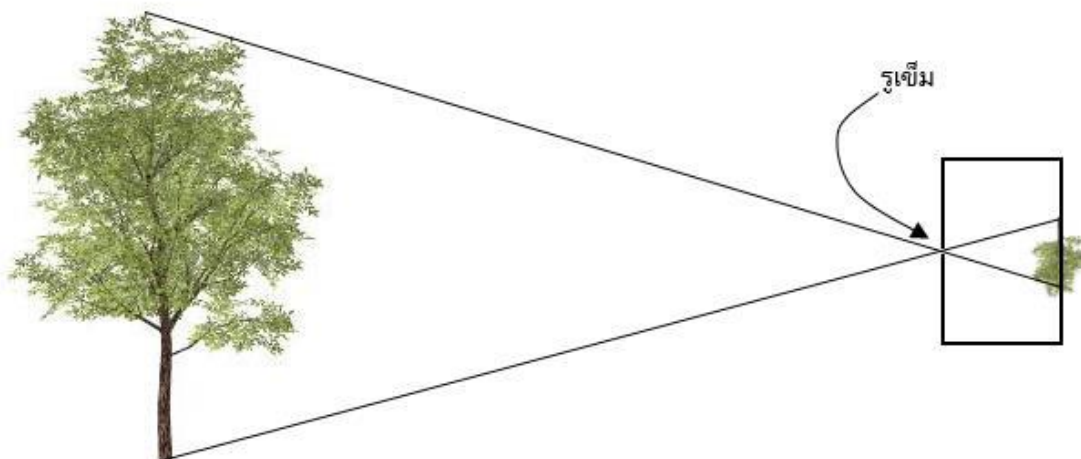
การอธิบายการเกิดภาพพระธาตุหัวกลับและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

การอธิบายการเกิดภาพ

การเกิดภาพกลับหัวกลับของพระธาตุในวัดของจังหวัดลำปาง ใช้หลักการเดียวกันกับกล้องรูเข็ม คือ แสงเดินทางเป็นเส้นตรง ผ่านรูขนาดเล็ก ซึ่งทำหน้าที่บีบบังคับลำแสงให้มีขนาดเล็ก และฉายไปในทิศทางเดียว เมื่อจุดแสงกระทบฉากรับ จึงปรากฏภาพบนระนาบ ซึ่งภาพที่ปรากฏเป็นภาพหัวกลับ ขนาดเล็กกว่าวัตถุ



http://www.champa.kku.ac.th/dean/siskku/html/choong/hands_ons2/1.%20Web_cai_30_title/06.%20answer_pin.htm



<http://www.kruphysics.com/2013/07/blog-post.html>

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

- ทฤษฎีกระจกและเลนส์

ภาพที่เกิดจากกระจกเว้า

การหาลักษณะของภาพและตำแหน่งของภาพที่เกิดจากการสะท้อนของกระจกโค้งสามารถทำได้โดยวิธีทางเรขาคณิตโดยการสะท้อนของแสงเป็นไปตามกฎการสะท้อน ซึ่งมีขั้นตอนการเขียนรังสีของแสงตกกระทบและรังสีสะท้อน ดังนี้

ก. รังสีเส้นที่หนึ่ง จากวัตถุให้ลากรังสีของแสงขนานกับแกนमुखสำคัญตกกระทบกับกระจกแล้วลากรังสีสะท้อนผ่านจุดโฟกัส (จุด F)

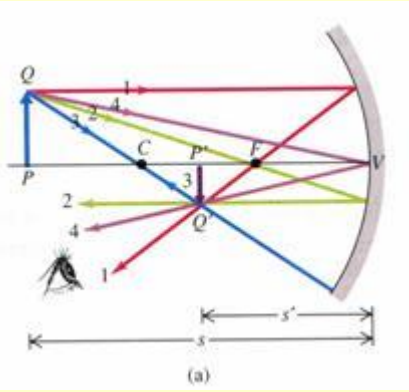
ข. รังสีเส้นที่สอง จากวัตถุให้ลากรังสีของแสงผ่านจุดโฟกัส (จุด F) ตกกระทบกับกระจกแล้วสะท้อนมาเป็นรังสีขนานกับแกนमुखสำคัญ

ค. รังสีเส้นที่สาม จากวัตถุให้ลากรังสีของแสงผ่านจุดศูนย์กลางความโค้งของกระจก(จุด C) ตกกระทบกับกระจกแล้วสะท้อนกลับทางเดิม

ง. รังสีเส้นที่สี่ จากวัตถุให้ลากรังสีของแสงตกกระทบกับขั้วกระจกแล้วสะท้อนออกมา

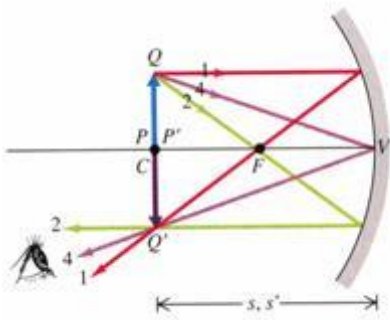
รังสีสะท้อนที่เกิดขึ้นทั้ง 4 เส้น จะตัดกันที่จุด ๆ หนึ่งซึ่งจุดนั้นก็คือตำแหน่งภาพที่เกิดขึ้น โดยลักษณะของภาพที่เกิดขึ้นเมื่อวางวัตถุไว้ที่ตำแหน่งต่าง ๆ เป็นดังนี้

1.



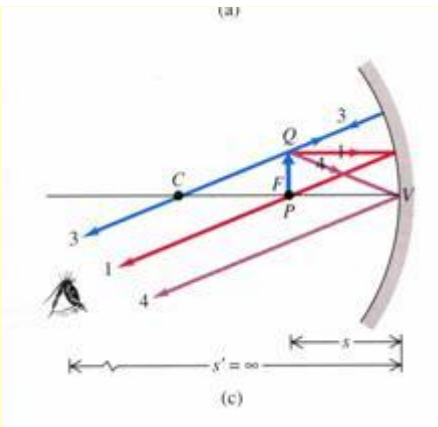
วัตถุอยู่นอกจุด C จะได้ภาพจริงหัว
กลับขนาด เล็กกว่าวัตถุ โดย วัตถุอยู่
ระหว่างจุด C กับ F

2.



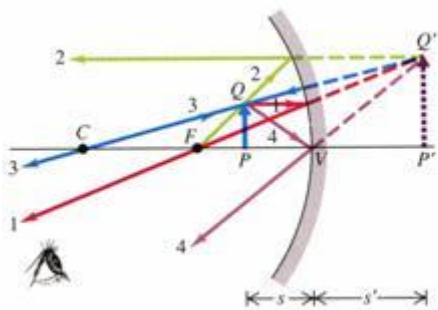
วัตถุอยู่ที่จุด C จะได้ภาพจริงหัว
กลับขนาดเท่า กับวัตถุ และอยู่ที่
ตำแหน่งเดียวกันกับวัตถุ

3.



วัตถุอยู่ที่จุด F จะได้ภาพจริงหัว
กลับหรือ ภาพเสมือนหัวตั้ง อยู่ที่
ระยะอนันต์

4.



วัตถุอยู่ระหว่างจุด F กับกระจก จะ
ได้ภาพ เสมือนหัวตั้งขนาดใหญ่
กว่าวัตถุ โดยได้ภาพ อยู่หลังกระจก

ทฤษฎีสามเหลี่ยมคล้าย

- รูปสามเหลี่ยมสองรูปจะคล้ายกัน ถ้ามีมุมที่สมนัยกันอย่างน้อยสองมุมเท่ากัน
- ถ้าด้านที่สมนัยกันสองด้านเป็นสัดส่วนต่อกัน และมุมที่ด้านทั้งสองประกอบอยู่สมภาค (congruent) ต่อกัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะคล้ายกัน
- ถ้าด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมสองรูปเป็นสัดส่วนต่อกัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะคล้ายกัน

สำหรับรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สมภาคต่อกัน (หรือเรียกได้ว่า *เท่ากันทุกประการ*) ซึ่งหมายความว่ามุมและด้านมีขนาดเท่ากันทั้งหมด ก็ยังมีสัญญาณและทฤษฎีบทเกี่ยวกับเรื่องนี้

- สัญกรณ์ *ด้าน-มุม-ด้าน*: ถ้าด้านสองด้านและมุมที่อยู่ระหว่างสองด้านนั้นสมภาคต่อกัน ดังนั้นรูปสามเหลี่ยมทั้งสองจะสมภาคต่อกัน
- สัญกรณ์ *มุม-ด้าน-มุม*: ถ้ามุมสองมุมและด้านที่อยู่ระหว่างสองมุมนั้นสมภาคต่อกัน ดังนั้นรูปสามเหลี่ยมทั้งสองจะสมภาคต่อกัน
- สัญกรณ์ *ด้าน-ด้าน-ด้าน*: ถ้าด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมสมภาคต่อกัน ดังนั้นรูปสามเหลี่ยมทั้งสองจะสมภาคต่อกัน
- ทฤษฎีบท *มุม-มุม-ด้าน*: ถ้ามุมสองมุมและด้านที่ไม่อยู่ระหว่างสองมุมนั้นสมภาคต่อกัน ดังนั้นรูปสามเหลี่ยมทั้งสองจะสมภาคต่อกัน
- ทฤษฎีบท *ด้านตรงข้ามมุมฉาก-ด้านประกอบมุมฉาก* (*ฉาก-ด้าน-ด้าน*): ถ้าด้านประกอบมุมฉากด้านหนึ่งและด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูปสมภาคกัน ดังนั้นรูปสามเหลี่ยมทั้งสองจะสมภาคต่อกัน
- ทฤษฎีบท *ด้านตรงข้ามมุมฉาก-มุม* (*ฉาก-มุม-ด้าน*): ถ้าด้านตรงข้ามมุมฉากและมุมแหลมมุมหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูปสมภาคกัน ดังนั้นรูปสามเหลี่ยมทั้งสองจะสมภาคต่อกัน
- เงื่อนไข *ด้าน-ด้าน-มุม* (*มุม-ด้าน-ด้าน*): ถ้าด้านสองด้านและมุมที่ไม่อยู่ระหว่างสองด้านนั้นสมภาคต่อกัน และถ้าหากมุมนั้นเป็นมุมป้าน นั่นคือด้านตรงข้ามยาวกว่าด้านประชิดมุม หรือด้านตรงข้ามเท่ากับไซน์ของมุมคูณด้วยด้านประชิดมุม ดังนั้นรูปสามเหลี่ยมทั้งสองจะสมภาคต่อกัน

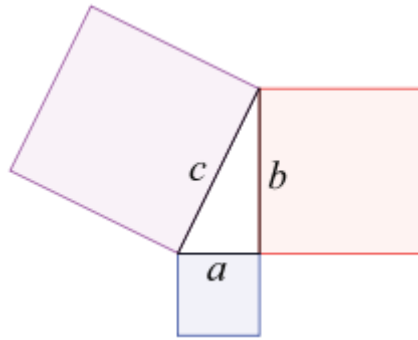
ถึงแม้ว่ามุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมจะสมภาคกัน (*มุม-มุม-มุม*) เรายังไม่สามารถสรุปได้ว่ารูปสามเหลี่ยมทั้งสองสมภาคต่อกัน เพียงแค่คล้ายกัน

โปรดสังเกตต่อไปอีกว่า

- เงื่อนไข *ด้าน-ด้าน-มุม* รับรองไม่ได้ว่ารูปสามเหลี่ยมจะสมภาคกันเสมอ

- สำหรับทฤษฎีบท ด้านตรงข้ามมุมฉาก-ด้านประกอบมุมฉาก รูปสามเหลี่ยมจะต้องเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก หากไม่เช่นนั้นก็จะถูกจัดเป็นเงื่อนไข ด้าน-ด้าน-มุม ซึ่งก็รับรองไม่ได้ว่ารูปสามเหลี่ยมจะสมภาคกัน

การใช้รูปสามเหลี่ยมมุมฉากและแนวคิดเรื่องความคล้าย ฟังก์ชันตรีโกณมิติอย่างไซน์และโคไซน์จึงถูกนิยามขึ้น ซึ่งเป็นฟังก์ชันของมุมที่ใช้ในการตรวจสอบเรื่องตรีโกณมิติ



• ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส (Pythagorean theorem) เป็นอีกทฤษฎีบทหนึ่งที่สำคัญ กล่าวว่าเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก จะเท่ากับผลรวมของกำลังสองของความยาวของทั้งสองด้านที่เหลือ ถ้าด้านตรงข้ามมุมฉากยาว c หน่วย และด้านประกอบมุมฉากยาว a และ b หน่วย ดังนั้นทฤษฎีบทนี้จึงให้ความหมายว่า $a^2 + b^2 = c^2$

บทกลับของทฤษฎีบทนี้ก็ยังคงเป็นจริง นั่นคือถ้าความยาวของด้านทั้งสามตรงตามเงื่อนไขในสมการข้างต้น ดังนั้นรูปสามเหลี่ยมนั้นจะเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ข้อเท็จจริงอย่างอื่นที่เกี่ยวข้องกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีดังนี้

- มุมแหลมสองมุมในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเป็นมุมประกอบมุมฉาก (complementary angles)

$$a + b + 90^\circ = 180^\circ \implies a + b = 90^\circ \implies a = 90^\circ - b$$

- ถ้าหากด้านประกอบมุมฉากมีขนาดเท่ากัน มุมแหลมสองมุมก็จะมีความเท่ากันด้วยคือ 45° และจากทฤษฎีบทพีทาโกรัส ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากจะมีขนาดเป็น $\sqrt{2}$ เท่าของด้านประกอบมุมฉาก
- ถ้าหากมุมแหลมสองมุมมีขนาด 30° และ 60° ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากจะมีขนาดเป็น 2 เท่าของด้านประกอบมุมฉากที่สั้นกว่า

สำหรับรูปสามเหลี่ยมทุกรูป ขนาดของด้านและมุมมีความสัมพันธ์กันตามกฎของไซน์และกฎของโคไซน์

กล้องรูเข็ม

- **กล้องรูเข็ม (Pinhole Camera)**

ภาพถ่าย ปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นจากธรรมชาติของแสง เมื่อแสงกระทบวัตถุจะสะท้อนกระเจิงทุกทิศทาง หากแสงถูกบีบให้อยู่ในทิศทางเดียวกันและมีขนาดเล็กๆ จะปรากฏภาพขึ้นบนระนาบในระนาบที่เหมาะสม องค์ความรู้นี้ปรากฏหลักฐานกว่าสามพันปีก่อน มีการจดบันทึกโดย ลีโอนาโด ดา วินชี เป็นสิ่งประดิษฐ์ในชื่อของ “แคมเระ ออปสคูรา” (Camera Obscura) เป็นห้องมืดที่ขนาดใหญ่ ในยุคแรกใช้ศึกษาสุริยุคราด และการวาดภาพทิวทัศน์ทำให้เปอร์สเปกตีฟเหมือนที่นัยน์ตามองเห็นตามธรรมชาติ ด้วยขนาดที่ใหญ่โต จึงพัฒนาให้มีขนาดเล็กลงด้วยหลักการของกล้องเก็บแสงที่ด้านหนึ่งเจาะรูเข็มขนาดเล็กให้แสงผ่านในทิศทางเดียว ให้ชื่อว่า “กล้องรูเข็ม” (Pinhole camera) รูเข็มทำหน้าที่บีบลำแสงให้ภาพปรากฏชัดที่สุด บนระนาบรับภาพที่อยู่ตรงข้าม จึงสามารถบันทึกภาพได้ สิ่งที่จะต้องทราบหรือเงื่อนไขของกล้องรูเข็ม คือ ความสัมพันธ์ของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางรูเข็มกับทางยาวโฟกัสการควบคุมปริมาณแสงกับระยะเวลาบันทึกภาพ (f /stop และ Shutter speed)

- **ธรรมชาติของกล้องรูเข็ม**

ภาพถ่ายจากกล้องรูเข็ม เป็นภาพที่ปรากฏจากแสง โดยตรงไม่ผ่านการรวบรวมแสงจากเลนส์แสงที่ฉายผ่านรูขนาดเล็กจะให้ภาพปรากฏบนระนาบ จึงมีความชัดและสว่างบริเวณส่วนกลางบริเวณขอบวงปรากฏภาพจะมีดี แสงผ่านได้น้อยจึงต้องใช้เวลานานบันทึกแสงนาน มุมรับภาพจะสัมพันธ์กับทางยาวโฟกัสและขนาดฟิล์มที่ใช้ถ่ายภาพ

- **การสร้างกล้องรูเข็ม**

กล่องทึบแสง ภาชนะ กระเป๋าดินทางหรือห้องพัก สามารถใช้เป็นกล้องรูเข็มถ่ายภาพได้เพียงเจาะรูขนาดเล็กด้านหนึ่ง ส่วนด้านที่เหลือต้องปิดทึบไม่ให้แสงใดๆผ่านได้ การสร้างกล้องรูเข็ม สิ่งแรกต้องกำหนดว่าจะใช้กับฟิล์มขนาดใด เพื่อกำหนดมุมรับภาพและทางยาวโฟกัสที่เหมาะสม เช่นต้องการใช้ฟิล์มขนาด 35 มม. มุมรับภาพ(Angle of view) ปกติ (Normal angle) ซึ่งมีทางยาวโฟกัสเท่ากับเส้นทะแยงมุมของกรอบฟิล์ม(Format film) ประมาณ 45 มม. หากต้องการมุมรับภาพกว้าง (Wide angle) หรือมุมรับภาพแคบ (Tele-photo) ให้เทียบเคียงกับขนาดกว้างยาวของแฟรม เช่น 35 มม. ขนาดแฟรม 24 x36 มม. ดังนั้นมุมรับภาพกว้าง เทียบเคียงเท่ากับด้านกว้างของแฟรม ถ้าต้องการมุมรับภาพมุมแคบแบบเลนส์เทเลโฟโต้ ให้

เทียบเคียงกับด้านยาว x2 ของเฟรม (36x2 = 75 มม.) สมมุติต้องการใช้ฟิล์ม 135-36 ISO 200 มุมรับภาพกว้าง

วัสดุอุปกรณ์

1. กล้องโลหะใช้กล้องโลหะสีเหลี่ยมหรือกล้องขมมุกก็ ที่มีความหนา 24 ถึง 20 มม. ความหนาของกล้อง วัดจากฝาถึงก้นด้านในกล้อง หน่วยมิลลิเมตร ความหนาเป็นทางยาวโฟกัส จากระนาบหน้าถึงระนาบรับภาพ(ฟิล์ม) เจาะรูที่ฝากล้อง
2. แผ่นอลูมิเนียม หรือกระป๋องน้ำอัดลม
3. เข็มเย็บผ้า เบอร์ 11 เทปกาวสองหน้า (เทปกาวเยื่อ)
4. กรรไกรที่สามารถตัดอลูมิเนียมได้
5. เทปกาวชนิดผ้าใบ ใช้ปิดสันหนังสือ ขนาดกว้าง 2.5 นิ้วสีดำ
6. กาวแห้งเร็ว
7. แผ่นไม้อัดหรือไม้สำหรับทำงานฝีมือ ขนาดกว้าง 2 นิ้วยาว ประมาณ 6-10 นิ้ว (ตามขนาดกล้อง)
8. น็อตเกลียวนิ้วตัวเมียเบอร์ 10
9. ปากกาถูกลื่น ไม้บรรทัด
10. สีสเปรย์ดำด้าน
11. แผ่นแม่เหล็กติดตู้เย็น ใช้เป็นตัวเปิดปิดแสง(Shutter)

ขั้นตอนการทำกล้อง

1. เจาะรูบนฝากล้อง ใช้ตะปูขนาด 3 นิ้วทุบแต่งขอบให้เรียบ หรือเจาะด้วยสว่าน ฟันสีก้านด้าน ภายในกล้องและฝาให้เสมอกัน ป้องกันการสะท้อนแสงในกล้อง ทิ้งไว้แห้ง
2. ตัดกระป๋องอลูมิเนียมขนาด 1x1 ซม. ทาสีดำ นำมาเจาะรูบริเวณศูนย์กลาง
3. ใช้ปากกาลูกลื่น กดนำพวยุบให้ผิวหน้าอลูมิเนียมบางลง แล้วใช้เข็มเย็บผ้าเบอร์ 11 เจาะได้เส้นผ่านศูนย์กลาง 0.3
4. วัดความหนาภายในกล้อง หาทางยาวโฟกัส สมมุติวัดได้ 75 มม.(ทางยาวโฟกัส)
5. ใช้เทปกาวยึดติดบนแผ่นอลูมิเนียม เว้นช่องรูเข็ม ติดด้านที่ไม่ได้ทาสีดำ (ให้ด้านสีดำอยู่ในกล้อง) และติดเข้ากับฝากล้องให้อยู่ตรงกลางของรูที่เจาะด้วยตะปู
6. แผ่นไม้อัดเจาะรูตรงกลางใส่นี้อัดตัวเมีย ติดกาวยึดเร็วให้แน่นใช้เป็นฐานกล้อง สามารถใช้กับขาตั้งกล้องถ่ายภาพได้
7. คำนวณค่าช่องรับแสงรูเข็ม $f/\text{รูเข็ม}$ เทียบกับเลนส์กล้อง คำนวณจาก

สูตร $f/\text{stop (pinhole)}$ = ทางยาวโฟกัสหารด้วย เส้นผ่านศูนย์กลางรูเข็ม

ทางยาวโฟกัส = 75 มม.

เส้นผ่านศูนย์กลางรูเข็ม = 0.3

แทนค่าในสูตร $f/\text{stop(pinhole)}$ = $75/0.3$ = 243.33

8. คำนวณค่าดัชนีฉายแสง (Pinhole Time Factor) ใช้

สูตร PTF = ช่องรับแสงรูเข็ม 2 หารด้วย ช่องรับแสงที่ใช้วัดค่า 2

เช่น ใช้ฟิล์ม ISO 200 วัดแสงได้พอดีที่ Shutter speed 1/30 f/22

PTF = 243×243 = 59049

22x22 484

9. ค่าที่คำนวณได้จัดติดบนกล้องเพื่อความสะดวกในการ คัดค่าฉายแสงถ่ายภาพ

- 1. ทางยาวโฟกัส F-75 มม.
- 2. ช่องรับแสงรูเข็ม f/243
- 3. ค่า PTF 122
- 4. ค่าช่องแสงวัดค่า f/22

● การถ่ายภาพ

กล้องรูเข็มจากกล้องขมไม่มีช่องมองภาพ จึงใช้มูรับภาพกำหนดขอบเขตที่ต้องการ ด้วยการเล็งจากจุดกึ่งกลางของสันกล้อง เล็งมาทางมุมกล้องซ้ายและขวาในแนวราบ แนวตั้งให้เล็งจากแนวตั้งของสันกล้องมุมบนและล่าง พื้นที่ที่มองเห็นเป็นมูรับภาพ โดยประมาณ ด้วยขนาดของช่องรับแสงรูเข็ม ขณะถ่ายภาพต้องใช้เวลายาวนาน จำเป็นต้องยึดกล้องให้นิ่ง โดยใช้แผ่นไม้อัดที่ติดน๊อต ยึดกับกล้อง ส่วนน๊อตใช้สำหรับยึดติดกับเพลาขาตั้งกล้อง และเปิดปิดชัตเตอร์ด้วยแผ่นแม่เหล็ก หรือวัสดุทึบแสงบังหน้าช่องรูเข็ม กำหนดเวลาถ่ายภาพด้วยการคำนวณ และจับเวลาฉายแสง

● การกำหนดค่าฉายแสง (Exposure)

การถ่ายภาพให้ได้น้ำหนักที่เหมาะสมพอดี(Normal exposure) ต้องใช้ระบบวัดแสงจากกล้องหรือเครื่องวัดแสง โดยตั้งค่า ISO 200 ตามฟิล์มที่ใช้งาน ตั้งค่าช่องรับแสงที่ f/22 วัดแสงและอ่านค่าความเร็วชัตเตอร์ เช่น ได้ค่าชัตเตอร์ 1/30 วินาที จากกล้องรูเข็มค่าที่คำนวณ PTF ได้ 122 นำมาเข้าสู่สูตร

$$\begin{aligned} \text{สูตร การฉายแสง} &= \text{Shutter speed} \times \text{PTF} \\ &= 1/30 \times 122 \\ \text{เวลาเปิดรับแสง} &= 4.07 \text{ วินาที} \end{aligned}$$

วัสดุไวแสงอื่นๆสามารถนำมาใช้ถ่ายภาพจากกล้องรูเข็ม เช่น กระดาษอัดภาพขาวดำ ฟิล์มกราฟฟิคอาร์ต(หรือฟิล์มลิท)ฟิล์มโพราลอยด์ ฯ เป็นต้น

บรรณานุกรม

ศูนย์การท่องเที่ยวฯ จังหวัดลำปาง. **เงาพระธาตุ**. [Online] Available http :

<http://www.kachon.com/tour/detail.asp?id=1411>. [2557, 2 พฤศจิกายน].

การจัดการความรู้ knowledge Management มหาวิทยาลัยรังสิต. **กล้องรูเข็ม**. [Online] Available http :

<http://surapongeam.blogspot.com/2011/02/pinhole-camera.html> . [2557, 2 พฤศจิกายน].

ปรียา อุนพงษ์องอาจ. **ทฤษฎีกระจกและเลนส์**. [Online] Available http :

http://www.rmutphysics.com/physics/oldfront/62/light1/ligh_9.htm .[2557, 2 พฤศจิกายน].

Math free. **ทฤษฎีตามเหลี่ยมคล้าย**. [Online] Available http :

http://math-free.blogspot.com/2013/02/blog-post_1577.html .[2557, 2 พฤศจิกายน].