แบบฝึกหัดทบทวนก่อนสอบกลางภาค 206111 ประจำปีการศึกษา 2569

ข้อ 1 จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้

1.1) $y = x^{2.2} + \frac{2}{\sqrt{x}} - 2^x + \arctan x$

1.2) $y = (4 + \cot x)^{100}$

1.3) $y = \log_2(e + e^x)$

1.4) $y = \sec(x \ln x)$

1.5) $y = \dfrac{\arcsin(\cos x)}{x^2}$

ข้อ 2 กำหนดค่าของ $f(1) = 2$, $g(1) = -1$, $f'(1) = 3$, $g'(1) = 1$ และ $g'(2) = -2$
จงเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่างต่อไปนี้

2.1) ถ้า $u(x) = f(x)g(x)$ แล้วจะได้ว่า $u'(1) =$_____

2.2) ถ้า $h(x) = g(f(x))$ แล้วจะได้ว่า $h'(1) =$_____

2.3) สมการของเส้นสัมผัสกราฟ $y = f(x)$ ที่จุด $x = 1$ คือ _____

ข้อ 3 กำหนดให้ $f(x) = e^{5x}$ จงหา

3.1) $f''(x) =$_____

3.2) $f''(0) =$_____

3.3) $f^{(555)}(x) =$_____

ข้อ 4 จงหา $\dfrac{dy}{dx}$ ของฟังก์ชัน $y = (1 + \tan x)^{(7x^2-1)}$ โดยใช้สมบัติลอการิทึม (logarithmic differentiation)

ข้อ 5 จงหา $\dfrac{dy}{dx}$ เมื่อ $\cos y + xy^4 = \csc x$

ข้อ 6 กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} x^2+4 & \text{ถ้า } x \le 2 \\ 4x & \text{ถ้า } x > 2 \end{cases}$

ได้ว่า $\lim\limits_{h\to 0^-} \dfrac{f(2+h)-f(2)}{h} = 4$

6.1) จงแสดงวิธีหา $\lim\limits_{h\to 0^+} \dfrac{f(2+h)-f(2)}{h}$

6.2) f หาอนุพันธ์ที่ $x=2$ ได้หรือไม่ **เพราะเหตุใด**

ข้อ 7 สมมติ $s = f(t) = t^3 - 3t + 50$ เป็นสมการแสดงตำแหน่งของอนุภาค ณ เวลา t
โดย s มีหน่วยเป็นเมตร และ t มีหน่วยเป็นวินาที

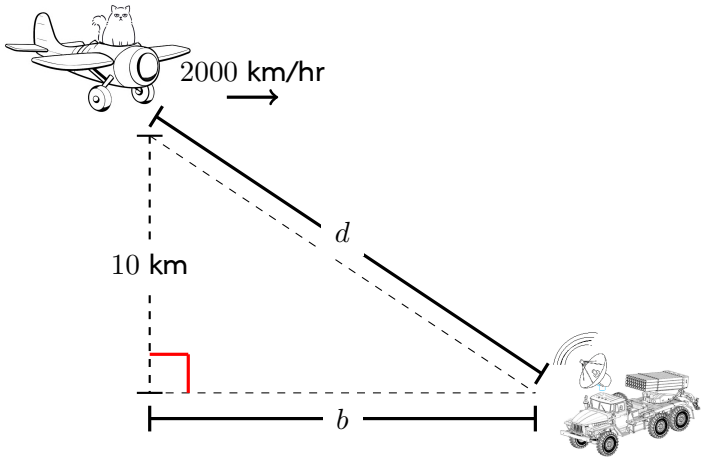
7.1) จงหาความเร็วเฉลี่ย (average velocity) ของอนุภาค ระหว่างวินาทีที่ 0 ถึง วินาทีที่ 5

7.2) จงหาความเร็วชั่วขณะ (instantaneous velocity) ของอนุภาค ณ วินาทีที่ 5

ข้อ 8 เครื่องบิน $C-16$ บินในแนวระดับ ด้วยความสูงคงที่ 10 กิโลเมตร จากระดับน้ำทะเล ด้วยความเร็ว 2,000 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

สถานีเรดาร์ตรวจจับวัตถุทางอากาศ อยู่บนพื้นดินซึ่งสูงเท่ากับระดับน้ำทะเล จับสัญญาณของเครื่องบิน $C-16$ ได้เป็นครั้งแรก เมื่ออยู่ห่างจากสถานีเรดาร์เป็นระยะทาง $D = 50$ กิโลเมตร

จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของระยะทาง (D) ระหว่างเครื่องบิน $C-16$ และสถานีเรดาร์ตรวจจับวัตถุทางอากาศ ณ เวลาเริ่มตรวจจับสัญญาณได้เป็นครั้งแรก



ข้อ 9 จงประมาณค่า $e^{-0.001}$ โดยใช้การประมาณเชิงเส้นเฉพาะที่ (local linear approximation)

หมายเหตุ การประมาณค่าเชิงเส้นเฉพาะที่ของฟังก์ชัน f ณ จุด $x = x_0$ คือ

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

ข้อ 10 จงระบุค่าลิมิตต่อไปนี้ (ถ้ามี) ในกรณีที่ลิมิตเป็นอนันต์จงระบุให้ชัดเจนว่าเป็น $+\infty$ หรือ $-\infty$ หากไม่มีลิมิตให้ระบุว่าไม่มีลิมิต

10.1) $\lim_{x\to-\infty} x^{2025} + 3x^{2024} + 2023 =$_____

10.2) $\lim_{x\to+\infty} \frac{-3}{1+e^x} =$_____

10.3) $\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{49x^2-6x+1}}{x+3} =$_____

10.4) $\lim_{x\to+\infty} (x-1)\sin x =$_____

10.5) $\lim_{x\to+\infty} e^x \ln x =$_____

ข้อ 11 จงแสดงวิธีหาค่าลิมิตต่อไปนี้พร้อมทั้งระบุรูปแบบยังไม่กำหนดของลิมิต (indeterminate form) (ถ้ามี)

11.1) $\lim_{x\to0^+} \frac{2\sin x}{x^{99}}$ รูปแบบ_____

11.2) $\lim_{x\to0^+} 6x^3 \ln x$ รูปแบบ_____

ข้อ 12 กำหนดให้ $f(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{5x^4}{2} - 12x^3 + 324x^2 - 1728x$

ได้ว่า $f'(x) = (x+8)(x-6)^3$ และ $f''(x) = 2(2x+9)(x-6)^2$

12.1) จุดวิกฤต (critical point) ทั้งหมดของ f คือ _____

12.2) จงแบ่งช่วงและเติมเครื่องหมายของ $f'(x)$ บนเส้นจำนวนที่กำหนดให้



12.3) จงแบ่งช่วงและเติมเครื่องหมายของ $f''(x)$ บนเส้นจำนวนที่กำหนดให้



12.4) ช่วงที่ทำให้ f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม (increasing function) คือ _____

12.5) ช่วงที่ทำให้ f มีกราฟเป็นโค้งหงาย/เว้าขึ้น (concave up) คือ _____

12.6) f เกิดจุดเปลี่ยนเว้า (reflection point) ที่ x = _____

12.7) f เกิดจุดต่ำสุดสัมพัทธ์ (relative minimum) ที่ x = _____

ข้อ 13 กำหนดข้อมูลของฟังก์ชัน $f(x)$ ดังต่อไปนี้

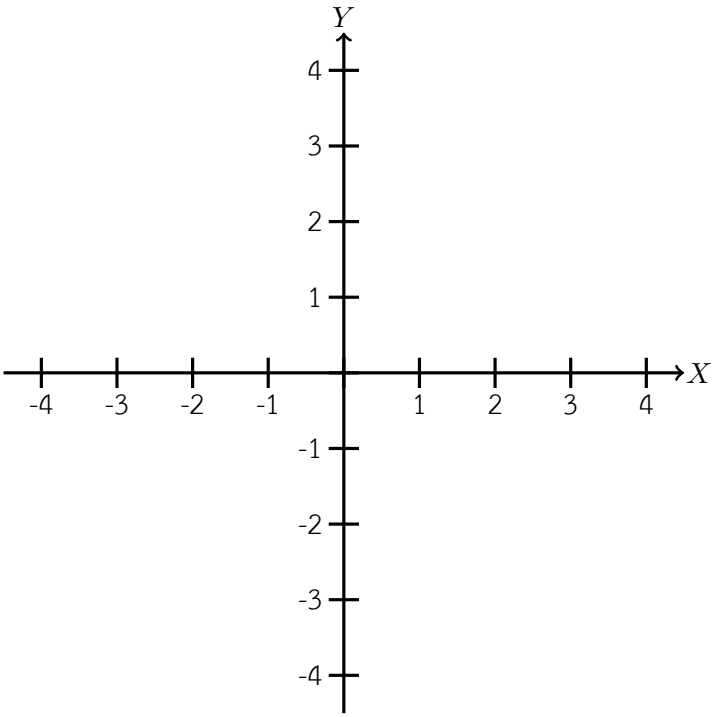
f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง $(-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$, โดเมนของ f คือ $\mathbb{R}\backslash\{2\}$ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$,
$\lim\limits_{x\to2^-} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to2^+} f(x) = -\infty$

x	-3	-2	-1	0	3
$f(x)$	0	-2	0	1	0

เครื่องหมายของอนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x)$ บนช่วงต่าง ๆ แสดงดังตาราง

	$(-\infty, -2)$	$(-2, -1)$	$(-1, 0)$	$(0, 2)$	$(2, +\infty)$
$f'(x)$	$-$	$+$	$+$	$+$	$+$
$f''(x)$	$+$	$+$	$-$	$+$	$-$

จงร่างกราฟ (sketch) ของฟังก์ชัน $f(x)$ พร้อมทั้งระบุพิกัดของจุดที่กำหนดให้



ข้อ 14 จงแสดงวิธีทำเพื่อหาค่าสูงสุดสัมบูรณ์ (absolute maximum) ของ $f(x) = x^3 - 12x + 8$ บนช่วง $[0, 1]$