แบบฝึกหัดทบทวนก่อนสอบกลางภาค 206111 ประจำปีการศึกษา 2568

ข้อ 1 จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้

1.1) $y = 7^x + \log_7 x - 7e^x - \cos x$

1.2) $y = \dfrac{1}{(4x^5 - 18)^{112}}$

1.3) $y = \dfrac{3x^5 + 4x^2 + 1}{x^3}$

1.4) $y = \sqrt[5]{x - \arcsin x}$

1.5) $y = \dfrac{x}{9^{\cot\, x}}$

1.6) $y = x^3 \arctan(\pi + x^5)$

1.7) $y = \ln(3x^3 - 7) + 6x^{\pi}$

ข้อ 2 กำหนดค่าของฟังก์ชัน $f(x)$ และ $g(x)$ ดังตาราง

x	$f(x)$	$g(x)$	$f'(x)$	$g'(x)$
0	-2	3	-1	7
1	1	4	3	-4
2	0	5	-3	-5

จงเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่างต่อไปนี้

2.1) กำหนดให้ $u(x) = f(x)g(x)$ จะได้ว่า $u'(0) =$_____

2.2) กำหนดให้ $w(x) = f(g(x))$ จะได้ว่า $w'(1) =$_____

2.3) สมการของเส้นสัมผัสกราฟ $y = f(x)$ ที่จุด $x = 2$ คือ _____

ข้อ 3 กำหนดให้ $f(x)$ เป็นฟังก์ชันที่มี $f^{(11)} = 11e^{-2x}$

3.1) จงหา $f^{(12)}(x)$

3.2) จงแสดงวิธีหา $f^{(14)}(x)$

ข้อ 4 จงหา $\dfrac{dy}{dx}$ ของฟังก์ชัน $y = (4x - 5)^{\tan x}$ โดยใช้สมบัติลอการิทึม (logarithmic differentiation)

ข้อ 5 จงหา $\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{(1,0)}$ เมื่อ $9x^2y^3 + 3^x = 3 + \arctan y$

ข้อ 6 กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3}{5} & \text{ถ้า } x < 5 \\ 5\sqrt{6x - 5} & \text{ถ้า } x \le 5 \end{cases}$

ได้ว่า $\lim\limits_{h \to 0^-} \dfrac{f(5+h) - f(5)}{h} = 15$

6.1) จงหา $\lim\limits_{h \to 0^+} \dfrac{f(5+h) - f(5)}{h}$

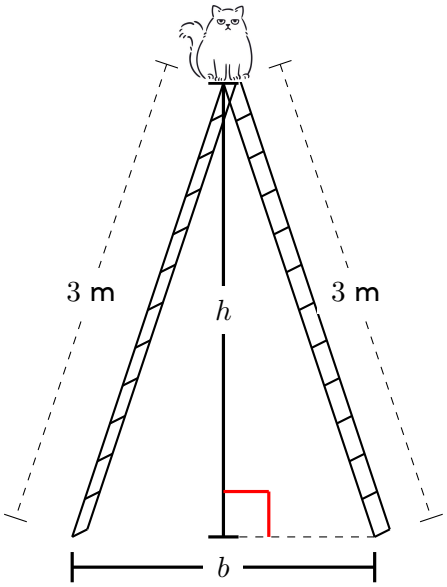
6.2) f หาอนุพันธ์ที่ $x = 5$ ได้หรือไม่ **เพราะเหตุใด**

ข้อ 7 สมมติ $s = f(t) = 6t^2 - t + 9$ เป็นสมการแสดงตำแหน่งของอนุภาค ณ เวลา t
โดย s มีหน่วยเป็นเมตร และ t มีหน่วยเป็นวินาที

7.1) จงหาความเร็วเฉลี่ย (average velocity) ของอนุภาค ระหว่างวินาทีที่ 1 ถึง วินาทีที่ 4

7.2) จงหาความเร็วชั่วขณะ (instantaneous velocity) ของอนุภาค ณ วินาทีที่ 3

ข้อ 8 บันไดพับสามเหลี่ยม ยาวฝั่งละ 3 เมตร วางตั้งอยู่บนพื้นดังรูป
ปลายล่างของบันไดทั้งสองฝั่ง ไถลแยกตัวเออกจากกันด้วยความเร็ว 0.1 เมตรต่อวินาที **จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของความสูงของจุดสูงสุดของบันได ณ ตอนที่ปลายล่างของบันไดอยู่ห่างกัน 2 เมตร**
(กำหนดตัวแปร b แทนระยะห่างระหว่างปลายล่างของบันได และ h แทนความสูงของจุดสูงสุดของบันได)



ข้อ 9 จงประมาณค่า $\ln 998$ โดยใช้การประมาณเชิงเส้นเฉพาะที่ (local linear approximation)
(กำหนดให้ $\ln 1000 = 6.907$)

> **หมายเหตุ** การประมาณค่าเชิงเส้นเฉพาะที่ของฟังก์ชัน f ณ จุด $x = x_0$ คือ
> $$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

ข้อ 10 จงระบุค่าลิมิตต่อไปนี้ (ถ้ามี) ในกรณีที่ลิมิตเป็นอนันต์จงระบุให้ชัดเจนว่าเป็น $+\infty$ หรือ $-\infty$ หากไม่มีลิมิตให้ระบุว่าไม่มีลิมิต

10.1) $\lim\limits_{x\to-\infty} -7x^5 + 5x^2 - 2x + 111 =$_____

10.2) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x^6 - x + 5}{x^7 - 7x} =$_____

10.3) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt{9x^2 - 8x + 16}}{-3x + 33} =$_____

10.4) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{-10000}{\ln(1/x)} =$_____

10.5) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{e^x}{111} =$_____

ข้อ 11 จงแสดงวิธีหาค่าลิมิตต่อไปนี้พร้อมทั้งระบุรูปแบบยังไม่กำหนดของลิมิต (indeterminate form) (ถ้ามี)

11.1) $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\tan x}{1 - e^x}$ รูปแบบ_____

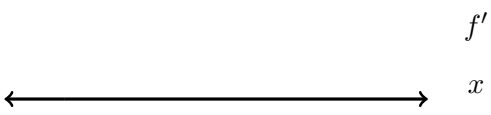
11.2) $\lim\limits_{x\to1^+} \dfrac{1}{\ln x} - \dfrac{1}{x - 1}$ รูปแบบ_____

ข้อ 12 จงแสดงวิธีทำเพื่อหาค่าสูงสุดสัมบูรณ์ (absolute maximum) ของ $f(x) = -x^2 + 6x - 7$ บนช่วง $[1, 2]$

ข้อ 13 กำหนดให้ $f(x) = 16x + 6x^2 - \dfrac{x^4}{4}$, $f'(x) = -(x + 2)^2(x - 4)$ และ $f''(x) = -3(x - 2)(x + 2)$

13.1) จุดวิกฤต (critical point) ทั้งหมดของ f คือ _____

13.2) จงแบ่งช่วงและเติมเครื่องหมายของ $f'(x)$ บนเส้นจำนวนที่กำหนดให้



13.3) จงแบ่งช่วงและเติมเครื่องหมายของ $f''(x)$ บนเส้นจำนวนที่กำหนดให้



13.4) ช่วงที่ทำให้ f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม (increasing function) คือ _____

13.5) ช่วงที่ทำให้ f มีกราฟเป็นโค้งหงาย/เว้าขึ้น (concave up) คือ _____

13.6) f เกิดจุดเปลี่ยนเว้า (reflection point) ที่ x = _____

13.7) f เกิดจุดต่ำสุดสัมพัทธ์ (relative minimum) ที่ x = _____

ข้อ 14 กำหนดข้อมูลของฟังก์ชัน $f(x)$ ดังต่อไปนี้

f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง, โดเมนของ f คือ $\mathbb{R}$ $\quad \lim_{x\to-\infty} f(x) = -3, \quad \lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$

x	-2	-1	0	2
$f(x)$	0	2	0	-2

เครื่องหมายของอนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x)$ บนช่วงต่าง ๆ แสดงดังตาราง

	$(-\infty,-2)$	$(-2,-1)$	$(-1,0)$	$(0,2)$	$(2,+\infty)$
$f'(x)$	$+$	$+$	$-$	$-$	$-$
$f''(x)$	$+$	$-$	$-$	$+$	$-$

จงร่างกราฟ (sketch) ของฟังก์ชัน $f(x)$ พร้อมทั้งระบุพิกัดของจุดที่กำหนดให้

