แบบฝึกหัดทบทวนก่อนสอบกลางภาคชุดที่ 3

ให้ c, n และ $a > 0$ เป็นจำนวนจริงใด ๆ

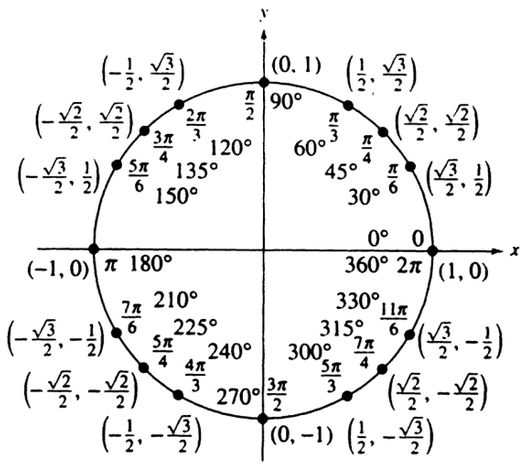
1) $\dfrac{d}{dx}[\arcsin x] = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ 2) $\dfrac{d}{dx}[\arccos x] = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ 3) $\dfrac{d}{dx}[\arctan x] = \dfrac{1}{1+x^2}$

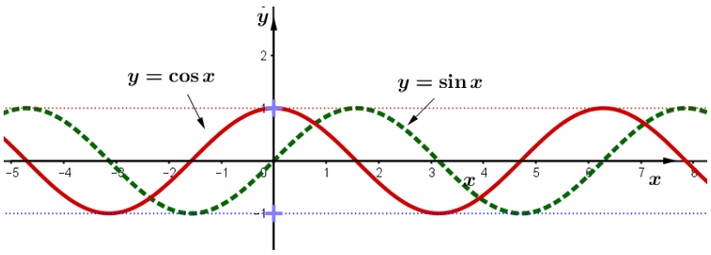
4) $\dfrac{d}{dx}[\operatorname{arccsc} x] = -\dfrac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$ 5) $\dfrac{d}{dx}[\operatorname{arcsec} x] = \dfrac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$ 6) $\dfrac{d}{dx}[\operatorname{arccot} x] = -\dfrac{1}{1+x^2}$

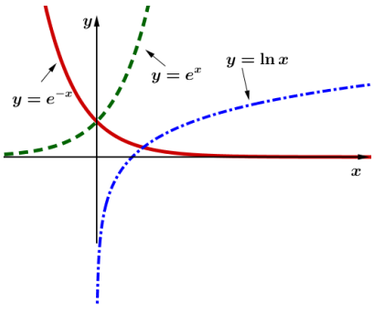
สมบัติของฟังก์ชันลอการิทึมและฟังก์ชันเลขชี้กำลัง

ให้ A และ B เป็นจำนวนจริงบวก และ ให้ n และ m เป็นจำนวนจริงใด ๆ

- $\ln(A \cdot B) = \ln(A) + \ln(B)$
- $\ln(A/B) = \ln(A) - \ln(B)$
- $\ln(A^n) = n \cdot \ln(A)$
- $\log_B(A) = \dfrac{\ln A}{\ln B}$
- $A^n \cdot A^m = A^{n+m}$
- $\dfrac{A^n}{A^m} = A^{n-m}$
- $\ln(e^A) = A$
- $e^{(\ln A)} = A$







กราฟของ $\sin x, \cos x, e^x, e^{-x}$ และ $\ln x$

ข้อ 1 กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} 3\sqrt{x+6} & \text{ถ้า } 0 \le x < 3 \\ x^2 & \text{ถ้า } x \ge 3 \end{cases}$

ได้ว่า $\lim\limits_{h\to 0^+} \dfrac{f(3+h)-f(3)}{h} = 6$

1.1) จงหา $\lim\limits_{h\to 0^-} \dfrac{f(3+h)-f(3)}{h}$

1.2) f หาอนุพันธ์ที่ $x = 3$ ได้หรือไม่ **เพราะเหตุใด**

ข้อ 2 กำหนดให้ $f(x)$ เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้ โดยที่ $f(-2) = -1$ และ $f'(-2) = 4$

2.1) จงหาสมการของเส้นสัมผัสกราฟ $y = f(x)$ ที่จุด $x = -2$

2.2) กำหนดให้ $g(x) = \dfrac{x^2+8x}{f(x)}$ จงแสดงวิธีทำเพื่อหา $g'(-2)$

ข้อ 3 จงหา $\dfrac{dy}{dx}$ ของฟังก์ชันต่อไปนี้

3.1) $y = e^7 - \dfrac{1}{x^7} + 7^x - \log_7 x$

3.2) $y = x^3 \arccos(3x)$

3.3) $y = \dfrac{111e^x}{\csc x}$

3.4) $y = \tan(9x^2 - e^{9x})$

3.5) $y = 5^{\sqrt{x}} + \log_5(e^{2x} + 3x)$

ข้อ 4 กำหนดให้ $f(x) = -\dfrac{x^4}{4} + 4x^3 + 3x^2 - 2x + 2023$ จงหา

4.1) $\left.\dfrac{d^3 f}{dx^3}\right|_{x=-111}$

4.2) $f^{(111)}(x)$

แบบฝึกหัดทบทวนก่อนสอบกลางภาคชุดที่ 3

ข้อ 1 กำหนดให้ $f(x)=\begin{cases}3\sqrt{x+6} & \text{ถ้า } 0\le x<3\\ x^2 & \text{ถ้า } x\ge 3\end{cases}$

ได้ว่า $\lim\limits_{h\to 0^+}\dfrac{f(3+h)-f(3)}{h}=6$

1.1) จงหา $\lim\limits_{h\to 0^-}\dfrac{f(3+h)-f(3)}{h}$

1.2) f หาอนุพันธ์ที่ $x=3$ ได้หรือไม่ **เพราะเหตุใด**

1.1) $$\lim_{h\to0^-}\frac{f(3+h)-f(3)}{h}=\lim_{h\to0^-}\frac{3\sqrt{(3+h)+6}-3^2}{h}$$
$$=\lim_{h\to0^-}\frac{3\sqrt{9+h}-9}{h}\left(\frac{3\sqrt{9+h}+9}{3\sqrt{9+h}+9}\right)$$
$$=\lim_{h\to0^-}\frac{9(9+h)-81}{h(3\sqrt{9+h}+9)}$$
$$=\lim_{h\to0^-}\frac{9h}{h(3\sqrt{9+h}+9)}$$
$$=\lim_{h\to0^-}\frac{9}{3\sqrt{9+h}+9}=\frac{1}{2}$$

1.2) f หาอนุพันธ์ไม่ได้ที่ $x=3$ เพราะ

$$\lim_{h\to0^+}\frac{f(3+h)-f(3)}{h}=6\neq\frac{1}{2}=\lim_{h\to0^-}\frac{f(3+h)-f(3)}{h}$$

ข้อ 2 กำหนดให้ $f(x)$ เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้ โดยที่ $f(-2)=-1$ และ $f'(-2)=4$

2.1) จงหาสมการของเส้นสัมผัสกราฟ $y=f(x)$ ที่จุด $x=-2$

2.2) กำหนดให้ $g(x)=\dfrac{x^2+8x}{f(x)}$ จงแสดงวิธีทำเพื่อหา $g'(-2)$

2.1) $$y-f(-2)=f'(-2)(x-(-2))$$
$$\therefore\quad y-(-1)=4(x+2)$$

2.2) $$g'(x) = \frac{f(x)(2x+8) - (x^2+8x)f'(x)}{[f(x)]^2}$$

$$\therefore \quad g'(-2) = \frac{f(-2)(2(-2)+8) - ((-2)^2+8(-2)f'(-2)}{[f(-2)]^2}$$

$$= \frac{-1(4) - (-12)4}{(-1)^2}$$

ข้อ 3 จงหา $\frac{dy}{dx}$ ของฟังก์ชันต่อไปนี้

3.1) $y = e^7 - \frac{1}{x^7} + 7^x - \log_7 x$

3.2) $y = x^3 \arccos(3x)$

3.3) $y = \frac{111e^x}{\csc x}$

3.4) $y = \tan(9x^2 - e^{9x})$

3.5) $y = 5^{\sqrt{x}} + \log_5(e^{2x} + 3x)$

3.1) $$\frac{dy}{dx} = 7x^{-8} + 7^x \ln 7 - \frac{1}{x \ln 7}$$

3.2) $$\frac{dy}{dx} = x^3\left(\frac{-3}{\sqrt{1-(3x)^2}}\right) + 3x^2 \arccos(3x)$$

3.3) $$\frac{dy}{dx} = \frac{(\csc x)\,111e^x - 111e^x(-\csc x \cot x)}{\csc^2 x}$$

3.4) $$\frac{dy}{dx} = \sec^2(9x^2 - e^{9x})(18x - 9e^{9x})$$

3.5) $$\frac{dy}{dx} = 5^{\sqrt{x}} \ln 5 \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right) + \frac{2e^{2x}+3}{(e^{2x}+3x)\ln 5}$$

ข้อ 4 กำหนดให้ $f(x) = -\frac{x^4}{4} + 4x^3 + 3x^2 - 2x + 2023$ จงหา

4.1) $\left.\frac{d^3f}{dx^3}\right|_{x=-111}$

4.2) $f^{(111)}(x) = 0$

4.1) $$\frac{df}{dx} = -x^3 + 12x^2 + 6x - 2$$

$$\frac{d^2f}{dx^2} = -3x^2 + 24x + 6$$

$$\frac{d^3f}{dx^3} = -6x + 24$$

$$\therefore \left.\frac{d^3f}{dx^3}\right|_{x=-111} = 690$$

ข้อ 5 ให้ $y = \dfrac{\sqrt{x+9}(11x^7+x^6)^{99}}{\sin^{100} x}$ จงใช้สมบัติลอการิทึม (logarithmic differentiation) เพื่อหา $\dfrac{dy}{dx}$

ข้อ 6 จงหา $\dfrac{dy}{dx}$ ของฟังก์ชันแฝง (implicit function) $2^x = 3y^3e^y$

ข้อ 7 จงประมาณค่า $(4.98)^4$ โดยใช้การประมาณเชิงเส้นเฉพาะที่ (local linear approximation)

> **หมายเหตุ** การประมาณค่าเชิงเส้นเฉพาะที่ของฟังก์ชัน f ณ จุด $x = x_0$ คือ
> $$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

ข้อ 8 สมมติ $s = f(t) = 5t^3 - 3t^2 + 8$ เป็นสมการแสดงตำแหน่งของอนุภาค ณ เวลา t โดย s มีหน่วยเป็นเมตร และ t มีหน่วยเป็นวินาที

8.1) จงหาความเร็วเฉลี่ย (average velocity) ของอนุภาค ระหว่างวินาทีที่ 2 ถึง วินาทีที่ 4

8.2) จงหาความเร็วชั่วขณะ (instantaneous velocity) ของอนุภาค ณ วินาทีที่ 5

ข้อ 9 แท่นขุดเจาะน้ำมันกลางทะเลทำน้ำมันรั่วไหลด้วยอัตราคงที่ 4×10^5 ลูกบาศก์นิ้วต่อชั่วโมง
สมมติน้ำมันที่รั่วแพร่เป็นวงกลมรัศมี r ความหนา 1 นิ้วบนผิวน้ำ **จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของรัศมี ณ ตอนที่รัศมีของคราบน้ำมันเป็น $5,000$ นิ้ว**
(กำหนดความสัมพันธ์ระหว่างปริมาตรของน้ำมันที่รั่วไหล V และ รัศมีของคราบน้ำมัน r สัมพันธ์กันด้วยสมการ $V = \pi r^2$)

ข้อ 10 จงแสดงวิธีหาค่าลิมิต $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{4x^2-1}}{x+2}$

ข้อ 11 จงระบุค่าลิมิตต่อไปนี้ (ถ้ามี) ในกรณีที่ลิมิตเป็นอนันต์จงระบุให้ชัดเจนว่าเป็น $+\infty$ หรือ $-\infty$ หากไม่มีลิมิตให้ระบุว่าไม่มีลิมิต

11.1) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{5x^4-3x}{4x-1} =$_____

11.2) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(1 - \dfrac{1}{e^x}\right) =$_____

ข้อ 12 จงแสดงวิธีหาค่าลิมิตต่อไปนี้พร้อมทั้งระบุรูปแบบยังไม่กำหนดของลิมิต (indeterminate form) (ถ้ามี)

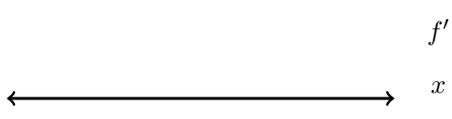
12.1) $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{x^3-3x^2}{\sin x}$ รูปแบบ_____

12.2) $\lim\limits_{x\to0^+} (x+1)^{1/x}$ รูปแบบ_____

ข้อ 13 กำหนดให้ $f(x) = \dfrac{1}{5}x^5 + \dfrac{4}{3}x^3$, $f'(x) = x^2(x-2)(x+2)$ และ $f''(x) = 4x(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$

13.1) จุดวิกฤต (critical point) ทั้งหมดของ f คือ _____

13.2) จงแบ่งช่วงและเติมเครื่องหมายของ $f'(x)$ บนเส้นจำนวนที่กำหนดให้



13.3) จงแบ่งช่วงและเติมเครื่องหมายของ $f''(x)$ บนเส้นจำนวนที่กำหนดให้



13.4) ช่วงที่ทำให้ f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม (increasing function) คือ _____

13.5) ช่วงที่ทำให้ f มีกราฟเป็นโค้งคว่ำ/เว้าลง (concave down) คือ _____

13.6) f เกิดจุดเปลี่ยนเว้า (reflection point) ที่ $x =$ _____

13.7) f เกิดจุดสูงสุดสัมพัทธ์ (relative maximum) ที่ $x =$ _____

ข้อ 5 ให้ $y = \dfrac{\sqrt{x+9}(11x^7+x^6)^{99}}{\sin^{100} x}$ จงใช้สมบัติลอการิทึม (logarithmic differentiation) เพื่อหา $\dfrac{dy}{dx}$

$$\ln y = \ln\left[\frac{\sqrt{x+9}\,(11x^7+x^6)^{99}}{\sin^{100} x}\right]$$

$$\ln y = \frac{1}{2}\ln(x+9) + 99\ln(11x^7+x^6) - 100\ln(\sin x)$$

$$\frac{1}{y}\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2(x+9)} + \frac{99(77x^6+6x^5)}{11x^7+x^6} - \frac{100\cos x}{\sin x}$$

$$\therefore \quad \frac{dy}{dx} = y\left(\frac{1}{2(x+9)} + \frac{99(77x^6+6x^5)}{11x^7+x^6} - \frac{100\cos x}{\sin x}\right)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{x+9}\,(11x^7+x^6)^{99}}{\sin^{100} x}\left(\frac{1}{2(x+9)} + \frac{99(77x^6+6x^5)}{11x^7+x^6} - \frac{100\cos x}{\sin x}\right)$$

ข้อ 6 จงหา $\dfrac{dy}{dx}$ ของฟังก์ชันแฝง (implicit function) $2^x = 3y^3e^y$

$$2^x \ln 2 = 3y^3e^y\frac{dy}{dx} + 9y^2e^y\frac{dy}{dx}$$

$$2^x \ln 2 = (3y^3e^y + 9y^2e^y)\frac{dy}{dx}$$

$$\therefore \quad \frac{dy}{dx} = \frac{2^x \ln 2}{3y^3e^y + 9y^2e^y}$$

ข้อ 7 จงประมาณค่า $(4.98)^4$ โดยใช้การประมาณเชิงเส้นเฉพาะที่ (local linear approximation)

ให้ $f(x) = x^4 \quad \therefore f'(x) = 4x^3$

เลือก $x = 4.98, \quad x_0 = 5$

$$\therefore \quad f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)(x-x_0)$$

$$f(4.98) \approx f(5) + f'(5)(4.98-5)$$

$$(4.98)^4 \approx 625 + 500(-0.02)$$

$$\therefore \quad (4.98)^4 \approx 615$$

ข้อ 8 สมมติ $s = f(t) = 5t^3 - 3t^2 + 8$ เป็นสมการแสดงตำแหน่งของอนุภาค ณ เวลา t โดย s มีหน่วยเป็นเมตร และ t มีหน่วยเป็นวินาที

8.1) จงหาความเร็วเฉลี่ย (average velocity) ของอนุภาค ระหว่างวินาทีที่ 2 ถึง วินาทีที่ 4

8.2) จงหาความเร็วชั่วขณะ (instantaneous velocity) ของอนุภาค ณ วินาทีที่ 5

8.1) $v_{ave} = \dfrac{f(4)-f(2)}{4-2} = \dfrac{(320-48+8)-(40-12+8)}{2} = 122$ m/s

8.2) $f'(t) = 15t^2 - 6t$

$\therefore\ v_{inst} = f'(5) = 15(5^2) - 6(5) = 345$ m/s

ข้อ 9 แท่นขุดเจาะน้ำมันกลางทะเลทำน้ำมันรั่วไหลด้วยอัตราคงที่ 4×10^5 ลูกบาศก์นิ้วต่อชั่วโมง
สมมติน้ำมันที่รั่วแพร่เป็นวงกลมรัศมี r ความหนา 1 นิ้วบนผิวน้ำ **จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของรัศมี ณ ตอนที่รัศมีของคราบน้ำมันเป็น $5,000$ นิ้ว**
(กำหนดความสัมพันธ์ระหว่างปริมาตรของน้ำมันที่รั่วไหล V และ รัศมีของคราบน้ำมัน r สัมพันธ์กันด้วยสมการ $V = \pi r^2$)

$\dfrac{dV}{dt} = 2\pi r \dfrac{dr}{dt}$ โดย $\dfrac{dV}{dt} = 4\times10^5$ in^3/hr, $r = 5{,}000$ in

$\therefore\ 4\times10^5 = 2\pi(5{,}000)\dfrac{dr}{dt}$

$\therefore\ \dfrac{dr}{dt} = \dfrac{4\times10^5}{2\pi(5{,}000)} = \dfrac{40}{\pi}$ in/hr

ข้อ 10 จงแสดงวิธีหาค่าลิมิต $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{4x^2-1}}{x+2}$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{4x^2-1}}{x+2} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^2(4-1/x^2)}}{x+2}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{x\sqrt{4-1/x^2}}{x(1+2/x)}$$

$$= \frac{\sqrt{4-0}}{1+0} = 2$$

ข้อ 11 จงระบุค่าลิมิตต่อไปนี้ (ถ้ามี) ในกรณีที่ลิมิตเป็นอนันต์จงระบุให้ชัดเจนว่าเป็น $+\infty$ หรือ $-\infty$ หากไม่มีลิมิตให้ระบุว่าไม่มีลิมิต

11.1) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{5x^4-3x}{4x-1} =$ $-\infty$

11.2) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(1-\dfrac{1}{e^x}\right) =$ 1

ข้อ 12 จงแสดงวิธีหาค่าลิมิตต่อไปนี้พร้อมทั้งระบุรูปแบบยังไม่กำหนดของลิมิต (indeterminate form) (ถ้ามี)

12.1) $\lim_{x\to 0} \dfrac{x^3-3x^2}{\sin x}$ รูปแบบ $\dfrac{0}{0}$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{3x^2-6x}{\cos x} = \frac{0}{\cos 0} = \frac{0}{1} = 0$$

12.2) $\lim_{x\to 0^+} (x+1)^{1/x}$ รูปแบบ 1^{∞}

พิจารณา $\lim_{x\to 0^+} \ln\left[(x+1)^{1/x}\right] = \lim_{x\to 0^+} \frac{1}{x}\ln(x+1)$

$$= \lim_{x\to 0^+} \frac{\ln(x+1)}{x} \quad \left(\frac{0}{0}\right)$$

$$= \lim_{x\to 0^+} \frac{1/(x+1)}{1}$$

$$= \lim_{x\to 0^+} \frac{1}{x+1} = 1$$

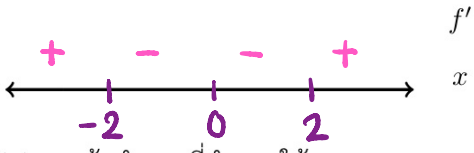
$$\therefore \lim_{x\to 0^+} (x+1)^{1/x} = e^{\ln\left[\lim_{x\to 0^+}(x+1)^{1/x}\right]}$$

$$= e^{\lim_{x\to 0^+}\ln\left[(x+1)^{1/x}\right]} = e^1 = e$$

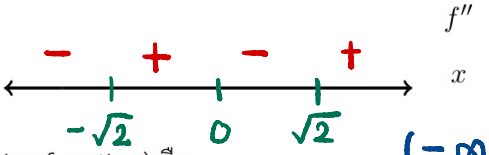
ข้อ 13 กำหนดให้ $f(x)=\frac{1}{5}x^5+\frac{4}{3}x^3$, $f'(x)=x^2(x-2)(x+2)$ และ $f''(x)=4x(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$

13.1) จุดวิกฤต (critical point) ทั้งหมดของ f คือ $x = 0, 2, -2$

13.2) จงแบ่งช่วงและเติมเครื่องหมายของ $f'(x)$ บนเส้นจำนวนที่กำหนดให้



13.3) จงแบ่งช่วงและเติมเครื่องหมายของ $f''(x)$ บนเส้นจำนวนที่กำหนดให้



13.4) ช่วงที่ทำให้ f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม (increasing function) คือ $(-\infty,-2]\cup[2,\infty)$

13.5) ช่วงที่ทำให้ f มีกราฟเป็นโค้งคว่ำ/เว้าลง (concave down) คือ $(-\infty,-\sqrt{2})\cup(0,\sqrt{2})$

13.6) f เกิดจุดเปลี่ยนเว้า (reflection point) ที่ x = $-\sqrt{2}, 0, \sqrt{2}$

13.7) f เกิดจุดสูงสุดสัมพัทธ์ (relative maximum) ที่ x = -2

ข้อ 14 กำหนดข้อมูลของฟังก์ชัน $f(x)$ ดังต่อไปนี้

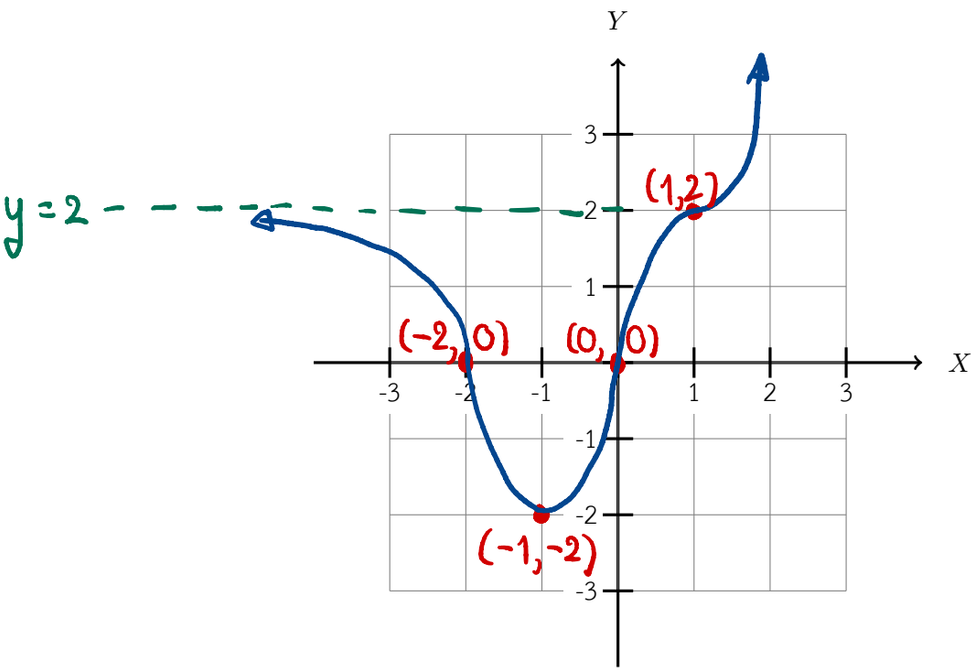
โดเมนของ f คือ $\mathbb{R}$ $\quad \lim_{x\to-\infty} f(x) = 2, \quad \lim_{x\to\infty} f(x) = +\infty$

x	-2	-1	0	1
$f(x)$	0	-2	0	2

เครื่องหมายของอนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x)$ บนช่วงต่าง ๆ แสดงดังตาราง

	$(-\infty,-2)$	$(-2,-1)$	$(-1,0)$	$(0,1)$	$(1,+\infty)$
$f'(x)$	$-$	$-$	$+$	$+$	$+$
$f''(x)$	$-$	$+$	$+$	$-$	$+$

จงร่างกราฟ (sketch) ของฟังก์ชัน $f(x)$ พร้อมทั้งระบุพิกัดของจุดที่กำหนดให้



ข้อ 15 จงแสดงวิธีทำเพื่อหาค่าสูงสุดสัมบูรณ์ (absolute maximum) ของ $f(x) = x^3 - 12x + 5$ บนช่วง $[0,2]$

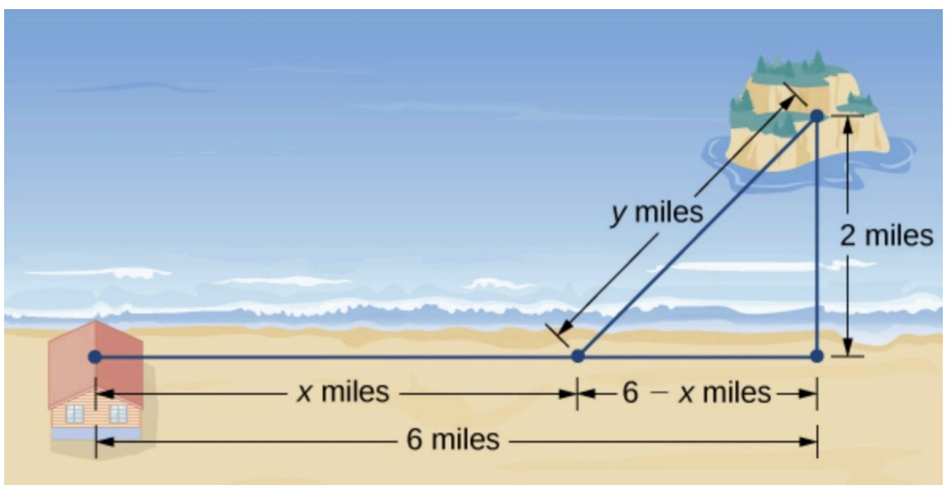
ข้อ 16 เกาะแมวอยู่ห่างจากชายฝั่งสองไมล์ และเราอยู่บ้านบนชายฝั่งห่างจากจุดตรงข้ามเกาะแมวไปทางทิศตะวันตกเป็นระยะทาง 6 ไมล์ หากต้องการเดินทางไปยังเกาะแมวโดยการปั่นจักรยานออกจากบ้านด้วยความเร็วคงที่ 5 ไมล์ต่อชั่วโมง จากนั้นว่ายน้ำด้วยความเร็วคงที่ 3 ไมล์ต่อชั่วโมง **เราต้องปั่นจักรยานเป็นระยะทางรวมเท่าใดจึงจะใช้เวลาในการเดินทางน้อยสุด**

กำหนดตัวแปรดังนี้ x เป็น ระยะทางปั่นจักรยาน มีหน่วยเป็นไมล์

y เป็น ระยะทางว่ายน้ำ มีหน่วยเป็นไมล์

และ $T(x)$ เป็น เวลารวมในการเดินทาง มีหน่วยเป็นชั่วโมง ซึ่งคำนวณได้จาก $T(x) = \dfrac{x}{5} + \dfrac{\sqrt{(6-x)^2+4}}{3}$

ซึ่งได้ตามมาว่า $T'(x) = \dfrac{1}{5} + \dfrac{(x-6)}{3\sqrt{(x-6)^2+4}}$



ข้อ 15 จงแสดงวิธีทำเพื่อหาค่าสูงสุดสัมบูรณ์ (absolute maximum) ของ $f(x) = x^3 - 12x + 5$ บนช่วง $[0, 2]$

$f'(x) = 3x^2 - 12 = 3(x^2 - 4) = 3(x+2)(x-2)$



$f'(x)$ หาค่าไม่ได้

$f'(x) = 0$

$3(x+2)(x-2) = 0$

$\therefore x = -2, 2$

$\therefore x = 2$ เป็นจุดวิกฤตของ $[0,2]$

จุดปลายช่วง คือ $x = 0, 2$

x	$f(x)$
0	5
2	-9

$\therefore$ ค่าสูงสุดสัมบูรณ์ของ f บน $[0,2]$ คือ $f(0) = 5$

ข้อ 16 เกาะแมวอยู่ห่างจากชายฝั่งสองไมล์ และเราอยู่บ้านบนชายฝั่งห่างจากจุดตรงข้ามเกาะแมวไปทางทิศตะวันตกเป็นระยะทาง 6 ไมล์ หากต้องการเดินทางไปยังเกาะแมวโดยการปั่นจักรยานออกจากบ้านด้วยความเร็วคงที่ 5 ไมล์ต่อชั่วโมง จากนั้นว่ายน้ำด้วยความเร็วคงที่ 3 ไมล์ต่อชั่วโมง **เราต้องปั่นจักรยานเป็นระยะทางรวมเท่าใดจึงจะใช้เวลาในการเดินทางน้อยสุด**

กำหนดตัวแปรดังนี้ x เป็น ระยะทางปั่นจักรยาน มีหน่วยเป็นไมล์

y เป็น ระยะทางว่ายน้ำ มีหน่วยเป็นไมล์

และ $T(x)$ เป็น เวลารวมในการเดินทาง มีหน่วยเป็นชั่วโมง ซึ่งคำนวณได้จาก $T(x) = \frac{x}{5} + \frac{\sqrt{(6-x)^2+4}}{3}$

ซึ่งได้ตามมาว่า $T'(x) = \frac{1}{5} + \frac{(x-6)}{3\sqrt{(x-6)^2+4}}$

$$T'(x) = 0$$

$$\frac{1}{5} + \frac{x-6}{3\sqrt{(x-6)^2+4}} = 0$$

$$\frac{x-6}{3\sqrt{(x-6)^2+4}} = -\frac{1}{5}$$

$$\frac{(x-6)^2}{9[(x-6)^2+4]} = \frac{1}{25}$$

$$25(x-6)^2 = 9[(x-6)^2+4]$$

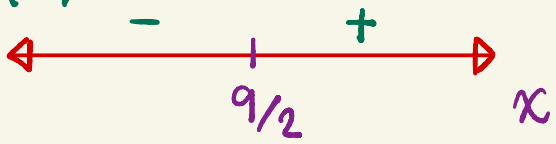
$$16(x-6)^2 = 36$$

$$(x-6)^2 = \frac{9}{4}$$

$$x-6 = -\frac{3}{2}, \cancel{\frac{3}{2}}$$

$\therefore x = \frac{9}{2}$

$T'(x)$



$\therefore$ เราต้องปั่นจักรยานเป็นระยะทางรวม $\frac{9}{2}$ ไมล์ จึงจะใช้เวลาในการเดินทางน้อยสุด