แบบฝึกหัดทบทวนก่อนสอบปลายภาค ภาคเรียนที่ 1/69

ข้อ 1 จงแสดงวิธีทำเพื่อหาอินทิกรัลไม่จำกัดเขตต่อไปนี้

1.1) $\int \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{2}\ dx$

1.2) $\int \frac{\cos x}{\sin x + \pi}\ dx$

1.3) $\int e^x \sec(e^x + 1)\tan(e^x + 1)\ dx$

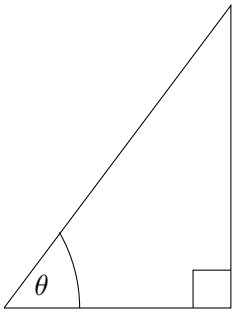
1.4) $\int \frac{2^{\arctan x}}{1 + x^2}\ dx$

ข้อ 2 จงแสดงวิธีทำเพื่อหาอินทิกรัล $\int x \sec^2 x\ dx$ โดยใช้เทคนิคอินทิเกรตแบบแบ่งส่วน (integration by parts)

ข้อ 3 จงแสดงวิธีทำเพื่อหา $\int \sin^3 x \cos^{33} x\ dx$

ข้อ 4 จงแสดงวิธีทำเพื่อหา $\int \sin(75x)\sin(25x)\ dx$

ข้อ 5 จงแสดงวิธีทำเพื่อหา $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + 49}}$ โดยวิธีแทนค่าตรีโกณมิติ (trigonometric substitution)



ข้อ 6 จงเขียนฟังก์ชันตรรกยะต่อไปนี้ในรูปเศษส่วนย่อย (partial fraction) **โดยไม่ต้องคำนวณค่าคงที่ที่สมมติขึ้น**

$$\frac{x^3 - 6x^2 + 1}{(x-3)^2(x^2+6)^2} = \boxed{}$$

ข้อ 7 จงแสดงวิธีทำเพื่อหา $\int \frac{-x^2 + 4x - 15}{(x+3)(x^2+9)}\ dx$

เมื่อกำหนดรูปเศษส่วนย่อย $\frac{-x^2 + 4x - 15}{(x+3)(x^2+9)} = \frac{-2}{x+3} + \frac{x+1}{x^2+9}$

ข้อ 8 จงเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่าง

8.1) $\int_{100}^{100} xe^x\ dx =$ _____

8.2) $\frac{d}{dt}\left[\int_2^t 3^u\ du\right] =$ _____

8.3) ถ้า $\int_0^{\pi/3} 3^{\cos x}\sin x\ dx = -\int_{\clubsuit}^{\heartsuit} 3^u\ du$ แล้ว $\clubsuit =$ _____ และ $\heartsuit =$ _____

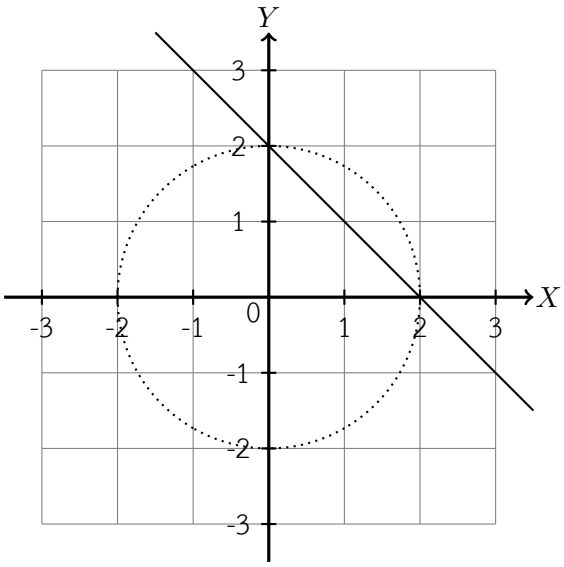
ข้อ 9 กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} 2-x & ; x > 0 \\ \sqrt{4-x^2} & ; -2 \le x \le 0 \end{cases}$

จง**แรเงาบริเวณที่สอดคล้องกับปริพันธ์จำกัดเขต**ต่อไปนี้ พร้อมเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่าง โดยใช้สูตรเรขาคณิต

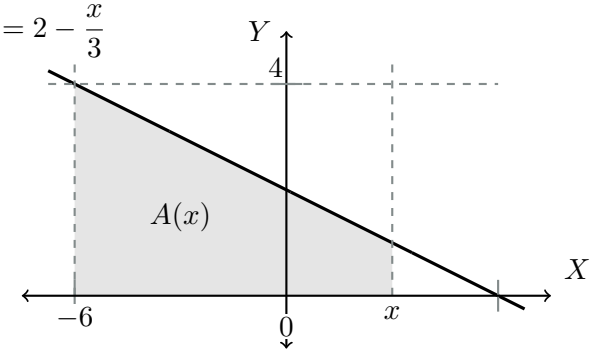
$$\int_{-2}^{2} f(x)\,dx = \int_{-2}^{0} _____\,dx + \int_{0}^{2} _____\,dx$$

$$= _____ + _____$$

$$= _____$$



ข้อ 10 ให้ $A(x)$ แทนพื้นที่ใต้กราฟ $f(x) = 2 - \frac{x}{3}$ บนช่วง $[-6, x]$



10.1) จงหา $A(x) =$ _____

10.2) จงหา $A(0) =$ _____

10.3) จงหา $\frac{d}{dx}[A(x)] =$ _____

ข้อ 11 จงเขียนอินทิกรัลไม่ตรงแบบ (improper integral) ต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปของลิมิตของอินทิกรัลจำกัดเขต **โดยไม่ต้องคำนวณค่า**

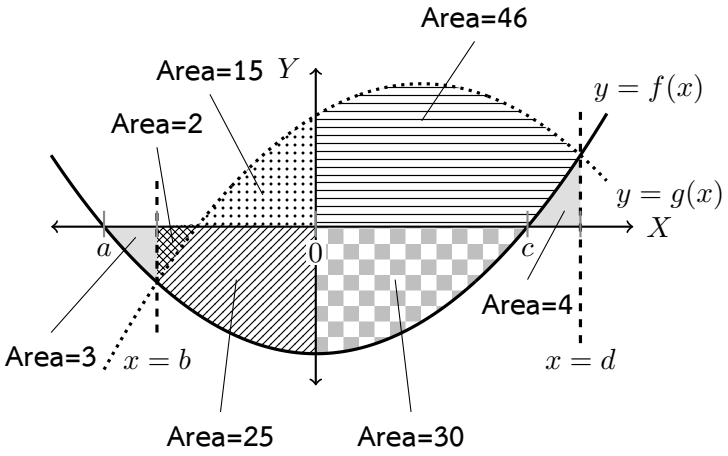
11.1) $\int_{-\infty}^{\infty} x^2\,dx =$

11.2) $\int_{1}^{5} \frac{4}{x(x-4)}dx =$

ข้อ 12 จงแสดงวิธีทำเพื่อหาค่าอินทิกรัลไม่ตรงแบบต่อไปนี้

$$\int_{-\infty}^{-1} \frac{1}{5x}dx$$

ข้อ 13 จากกราฟต่อไปนี้ จงเติมค่าอินทิกรัลต่อไปนี้ เมื่อกำหนดให้พื้นที่แรเงาแต่ละส่วนมีขนาดตามที่ระบุ



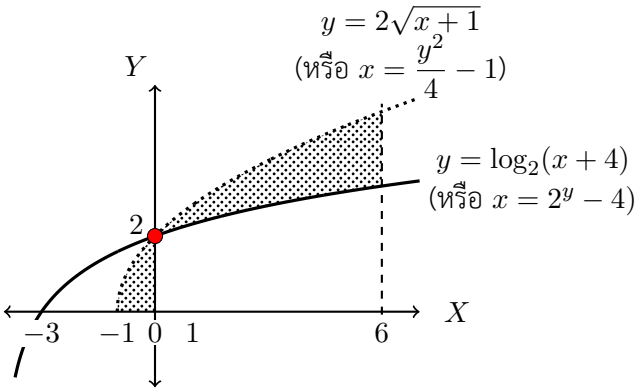
13.1) $\int_a^d f(x)\,dx =$ _____

13.2) $\int_0^d g(x)\,dx =$ _____

13.3) $\int_b^d (f(x) - g(x))\,dx =$ _____

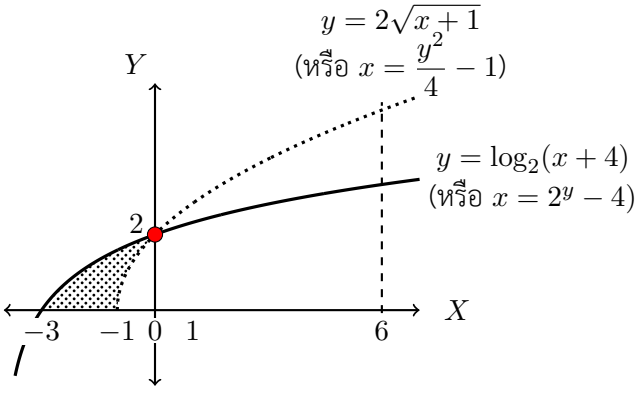
ข้อ 14 กำหนดบริเวณที่แรเงาดังรูป จงเขียนอินทิกรัลแสดงการหาพื้นที่บริเวณที่แรเงา **โดยไม่ต้องคำนวณค่า**

14.1) โดยการอินทิเกรตเทียบ x



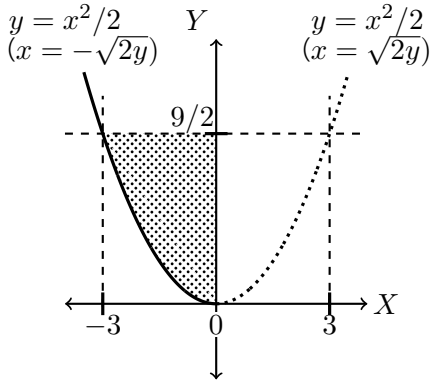
พื้นที่ =

14.2) โดยการอินทิเกรตเทียบ y



พื้นที่ =

ข้อ 15 กำหนดบริเวณที่แรเงาดังรูป จงเขียนอินทิกรัลแสดงการหาปริมาตรทรงตันการหมุนรอบ (solid of revolution) ที่เกิดจากการหมุนบริเวณที่แรเงารอบแกนที่กำหนดให้ **โดยไม่ต้องคำนวณค่า**



15.1) วิธี Disks หรือ Washers รอบแกน X

ปริมาตร =

15.2) วิธี Disks หรือ Washers รอบแกน Y

ปริมาตร =

15.3) วิธี Cylindrical Shells รอบแกน X

ปริมาตร =

15.4) วิธี Cylindrical Shells รอบแกน Y

ปริมาตร =

ข้อ 16 จงพิจารณาว่าสมการเชิงอนุพันธ์ต่อไปนี้เป็นสมการประเภทใด
ถ้าเป็นสมการแยกได้ (separable equation) ให้จัดให้อยู่ในรูป $g(y)\,dy = f(x)\,dx$

ถ้าเป็นสมการเชิงเส้น (linear equation) ให้จัดให้อยู่ในรูป $\dfrac{dy}{dx} + p(x)y = q(x)$

16.1) $\dfrac{dy}{dx} = xy + 2y + x$

☐ สมการแยกได้ จัดรูปได้เป็น _____

☐ สมการเชิงเส้น จัดรูปได้เป็น _____

☐ ไม่ใช่ทั้งสอง

16.2) $\dfrac{dy}{dx} = \sin y + \cos x$

☐ สมการแยกได้ จัดรูปได้เป็น _____

☐ สมการเชิงเส้น จัดรูปได้เป็น _____

☐ ไม่ใช่ทั้งสอง

16.3) $\dfrac{dy}{dx} = x^2y^2 + 2y^2$

☐ สมการแยกได้ จัดรูปได้เป็น _____

☐ สมการเชิงเส้น จัดรูปได้เป็น _____

☐ ไม่ใช่ทั้งสอง

ข้อ 17 จงแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบทั่วไปของสมการแยกได้ต่อไปนี้

$$\frac{dy}{dx} = (1 + x^2)\sqrt{4 - y^2}$$

ข้อ 18 จงแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบเฉพาะ (particular solution) ของสมการเชิงอนุพันธ์

$$\frac{dy}{dx} = (x^2 + 2x + 1)e^x, \qquad y(0) = 8$$

เมื่อกำหนดให้ $y = (x^2 + 1)e^x + C$ เป็นคำตอบทั่วไปของสมการ

ข้อ 19 กำหนดสมการ $\dfrac{dy}{dx} = 3y + 3e^{3x}\cos x$

19.1) จงแสดงวิธีทำเพื่อหาตัวประกอบการอินทิเกรต (integrating factor)

19.2) จงแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบทั่วไป