แบบฝึกหัดทบทวนก่อนสอบปลายภาค ภาคเรียนที่ 1/68

ข้อ 1 จงแสดงวิธีทำเพื่อหาอินทิกรัลไม่จำกัดเขตต่อไปนี้

1.1) $\int 4 + 4\sec^2 x + \dfrac{4}{1+x^2}\ dx$

1.2) $\int \dfrac{e^x}{\sqrt{4+e^x}}\ dx$

1.3) $\int \dfrac{\sin x}{(1+\cos x)^3}\ dx$

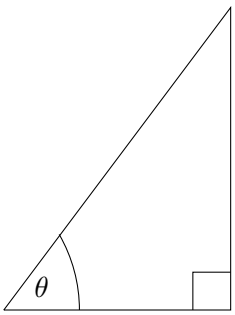
1.4) $\int 8^{(x^3-6x+3)} \cdot (x^2-2)\ dx$

ข้อ 2 จงแสดงวิธีทำเพื่อหา $\int (x^2+1)\ln(5x)\ dx$ โดยใช้เทคนิคอินทิเกรตแบบแบ่งส่วน (integration by parts)

ข้อ 3 จงแสดงวิธีทำเพื่อหา $\int \sin^{115} x \cos^3 x\ dx$

ข้อ 4 จงแสดงวิธีทำเพื่อหา $\int \sin(\frac{23}{2}x)\cos(\frac{17}{2}x)\ dx$

ข้อ 5 จงแสดงวิธีทำเพื่อหา $\int \dfrac{x}{\sqrt{x^2-4}}\ dx$ โดยวิธีแทนค่าตรีโกณมิติ (trigonometric substitution)



ข้อ 6 จงเขียนฟังก์ชันตรรกยะต่อไปนี้ในรูปเศษส่วนย่อย (partial fraction) **โดยไม่ต้องคำนวณค่าคงที่ที่สมมติขึ้น**

$$\frac{x^2+3x+5}{x(x+10)^2(x^2+5)} = \boxed{\phantom{\dfrac{A}{B}}}$$

ข้อ 7 จงแสดงวิธีทำเพื่อหา $\int \dfrac{x^2+4x+1}{(x+2)(x^2+x+1)}\ dx$

เมื่อกำหนดรูปเศษส่วนย่อย $\dfrac{x^2+4x+1}{(x+2)(x^2+x+1)} = \dfrac{-1}{x+2} + \dfrac{2x+1}{x^2+x+1}$

ข้อ 8 จงเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่าง

8.1) $\int_9^9 \sin x\ dx =$ _____

8.2) $\dfrac{d}{dx}\left[\int_7^x t\ln t\ dt\right] =$ _____

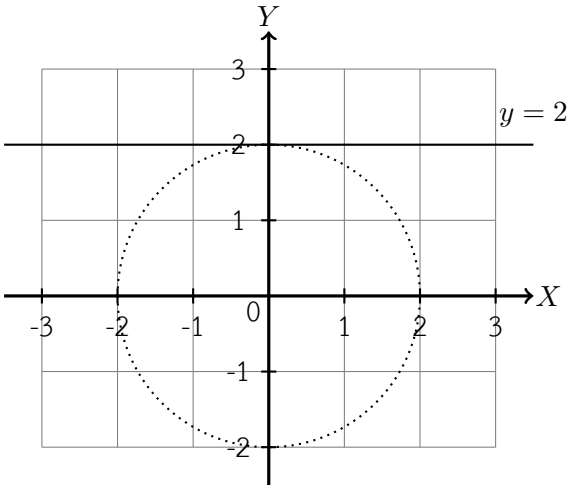
8.3) ถ้า $\int_0^1 2x\sqrt{x^2+7}\ dx = \int_{\clubsuit}^{\heartsuit} \sqrt{u}\ du$ แล้ว $\clubsuit =$ _____ และ $\heartsuit =$ _____

ข้อ 9 กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} 2 & ; x \leq 0 \\ \sqrt{4-x^2} & ; 0 < x \leq 2 \end{cases}$

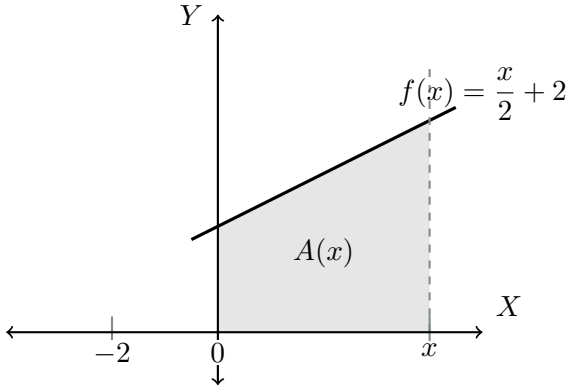
จง**แรเงาบริเวณที่สอดคล้องกับปริพันธ์จำกัดเขต**ต่อไปนี้ พร้อมเติมตัวเลขที่ถูกต้องลงในช่องว่าง $\int_{-2}^{2} f(x)\ dx$

$$\int_{-2}^{2} f(x)\ dx = \int_{-2}^{0} 2\ dx + \int_{0}^{2} \sqrt{4-x^2}\ dx$$

$$= _____$$



ข้อ 10 ให้ $A(x)$ แทนพื้นที่ใต้กราฟ $f(x) = \frac{x}{2} + 2$ บนช่วง $[0, x]$



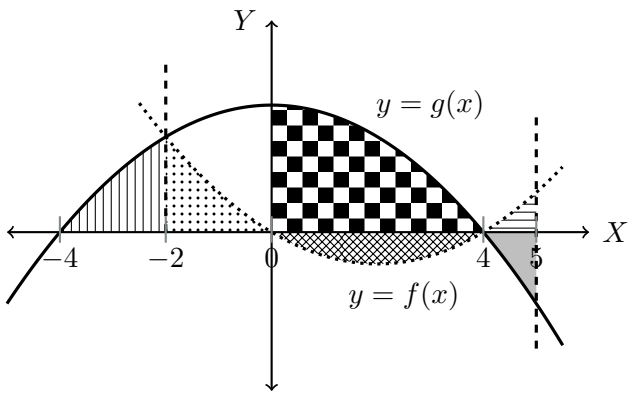
10.1) จงหา $A(x) =$ _____

10.2) จงหา $A(1) =$ _____

10.3) จงหา $\frac{d}{dx}[A(x)]$

ข้อ 11 จากกราฟต่อไปนี้ จงเติมค่าอินทิกรัลต่อไปนี้ เมื่อกำหนดให้พื้นที่แรเงาแต่ละส่วนมีขนาดตามตัวอักษรที่ระบุ

$= A$ $= B$ $= C$ $= D$ $= E$ $= F$ $= G$



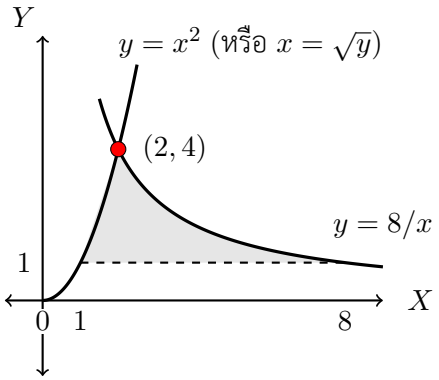
11.1) $\int_{-2}^{4} f(x)\ dx =$ _____

11.2) $\int_{-4}^{0} g(x)\ dx =$ _____

11.3) $\int_{-2}^{4} (g(x) - f(x))\ dx =$ _____

11.4) $\int_{4}^{5} (f(x) - g(x))\ dx =$ _____

ข้อ 12 กำหนดบริเวณที่แรเงาดังรูป จงเขียนอินทิกรัลแสดงการหาพื้นที่บริเวณที่แรเงา **โดยไม่ต้องคำนวณค่า**



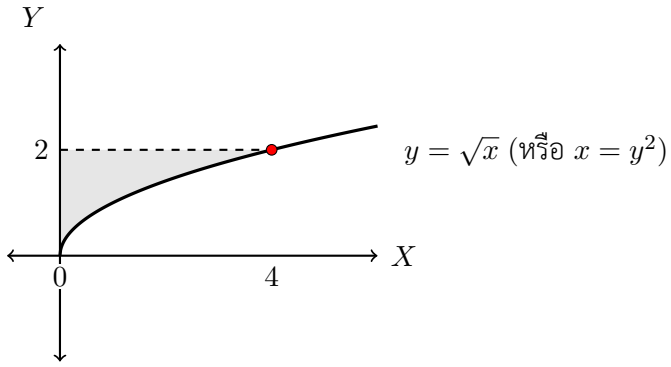
12.1) โดยการอินทิเกรตเทียบ x

พื้นที่ =

12.2) โดยการอินทิเกรตเทียบ y

พื้นที่ =

ข้อ 13 กำหนดบริเวณที่แรเงาดังรูป จงเขียนอินทิกรัลแสดงการหาปริมาตรทรงตันการหมุนรอบ (solid of revolution) ที่เกิดจากการหมุนบริเวณที่แรเงารอบแกนที่กำหนดให้ **โดยไม่ต้องคำนวณค่า**



13.1) วิธี Disks หรือ Washers รอบแกน X

ปริมาตร =

13.2) วิธี Disks หรือ Washers รอบแกน Y

ปริมาตร =

13.3) วิธี Cylindrical Shells รอบแกน X

ปริมาตร =

13.4) วิธี Cylindrical Shells รอบแกน Y

ปริมาตร =

ข้อ 14 จงเขียนอินทิกรัลไม่ตรงแบบ (improper integral) ต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปของลิมิตของอินทิกรัลจำกัดเขต **โดยไม่ต้องคำนวณค่า**

14.1) $\int_{-\infty}^{\infty} 2x\,dx =$

14.2) $\int_{0}^{2} \frac{1}{x(x-2)} dx =$

ข้อ 15 จงแสดงวิธีทำเพื่อหาค่าอินทิกรัลไม่ตรงแบบต่อไปนี้

$$\int_{3}^{\infty} \frac{3}{x} dx$$

ข้อ 16 จงแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบทั่วไปของสมการแยกได้ต่อไปนี้

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sin x}{11 + \sqrt{y}}$$

ข้อ 17 จงหาคำตอบเฉพาะ (particular solution) ของสมการเชิงอนุพันธ์

$$\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = 1 \quad \text{โดยที่} \quad x > 0 \quad \text{และ} \quad y(1) = 9$$

เมื่อกำหนดให้ $y = x \ln x + C$ เป็นคำตอบทั่วไป

ข้อ 18 กำหนดสมการ

$$\frac{dy}{dx} + 9y = e^{-7x}$$

18.1) จงหาตัวประกอบการอินทิเกรต (integrating factor)

18.2) จงแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบทั่วไป