แบบฝึกหัดทบทวนก่อนสอบปลายภาค ชุดที่ 2

ข้อ 1 จงแสดงวิธีทำเพื่อหาปริพันธ์ไม่จำกัดเขตต่อไปนี้

1.1) $\int (e^7 - 7^x + x^7 - 7\sin x)dx$

1.2) $\int \left(\frac{x^2 - x^4}{x^3} + \frac{1}{25 + x^2}\right) dx$

$\int e^{\tan x} \sec^2 x \, dx$ $\int 12x^5\sqrt{x^6 + 111} \, dx$

ข้อ 2 จงแสดงวิธีทำเพื่อหา $\int \frac{\ln x}{x^4} \, dx$ โดยใช้เทคนิคอินทิเกรตแบบแบ่งส่วน (integration by parts)

ข้อ 3 จงแสดงวิธีทำเพื่อหา $\int \sin^5 x \, dx$

ข้อ 4 จงแสดงวิธีทำเพื่อหา $\int \sin(7x)\sin(2x) \, dx$

ข้อ 5 จงแสดงวิธีทำเพื่อหา $\int \frac{1}{x\sqrt{x^2+1}} \, dx$ โดยวิธีแทนค่าตรีโกณมิติ (trigonometric substitution)

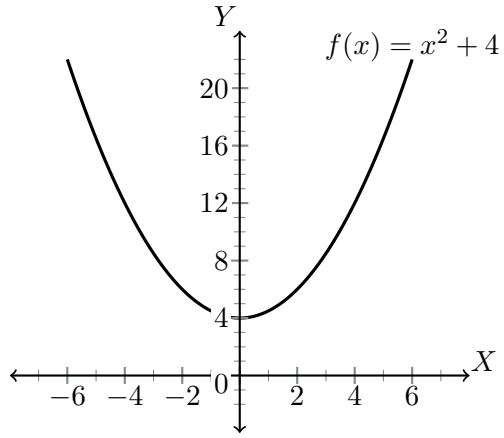
ข้อ 6 จงเขียนฟังก์ชันตรรกยะต่อไปนี้ในรูปเศษส่วนย่อย (partial fraction) **โดยไม่ต้องคำนวณค่าคงที่ที่สมมติขึ้น**

$$\frac{100x}{(x+1)(x-1)(x^2+2x+3)^2} = \boxed{}$$

ข้อ 7 จงแสดงวิธีทำเพื่อหา $\int \frac{4x^3 + 3x^2 + 18}{x^2(x^2+9)} \, dx$

เมื่อ $\frac{4x^3 + 3x^2 + 18}{x^2(x^2+9)}$ เขียนในรูปเศษส่วนย่อยได้ดังนี้ $\frac{4x^3 + 3x^2 + 18}{x^2(x^2+9)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{Cx+D}{x^2+9}$

ข้อ 8 ให้ $f(x) = x^2 + 4$ เป็นฟังก์ชันที่นิยามบนช่วง $[-4, 4]$

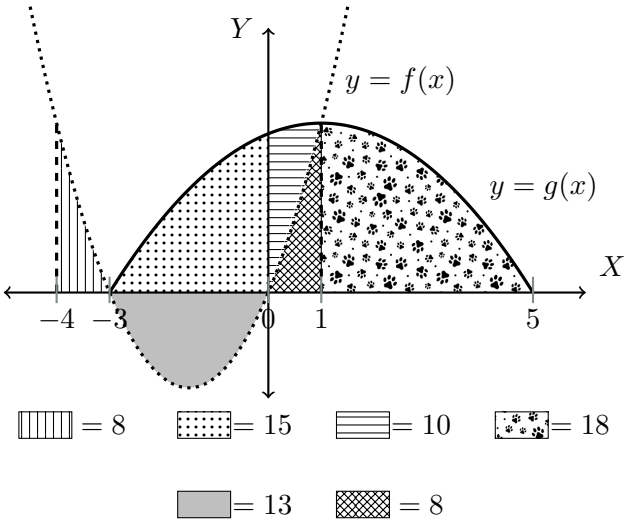


ในการประมาณพื้นที่ใต้กราฟด้วยวิธีสี่เหลี่ยมผืนผ้า (rectangle approximation method)
โดยแบ่งช่วง $[-4, 4]$ ออกเป็น 2 ช่วงย่อยที่มีความกว้างเป็น Δx เท่า ๆ กัน

8.1) จงหา $\Delta x =$ _____

8.2) กำหนด A_2 แทนพื้นที่ใต้กราฟที่ได้จากการใช้สี่เหลี่ยมผืนผ้า 2 รูป จงแสดงวิธีทำเพื่อหาค่า A_2 เมื่อกำหนดให้ความสูงของสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็นค่าของ $f(x)$ ณ **จุดปลายซ้ายของแต่ละช่วงย่อย**

ข้อ 9 จากกราฟต่อไปนี้ จงหาค่าอินทิกรัลต่อไปนี้ เมื่อให้พื้นที่แรเงาแต่ละส่วนมีขนาดตามตัวเลขที่ระบุ



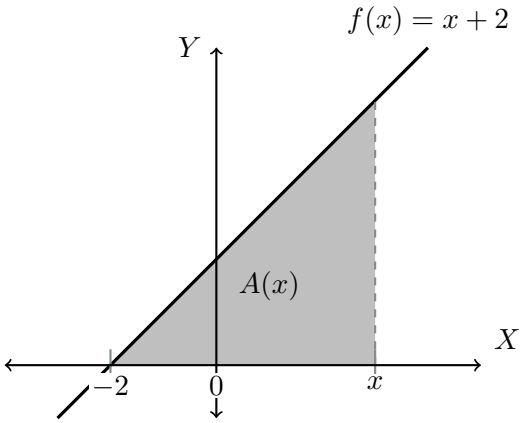
9.1) $\int_{-4}^{-3} f(x)\ dx =$ _____

9.2) $\int_{-3}^{0} g(x)\ dx =$ _____

9.3) $\int_{-3}^{1} f(x)\ dx =$ _____

9.4) $\int_{-3}^{1} (f(x) - g(x))\ dx =$ _____

ข้อ 10 ให้ $A(x)$ แทนพื้นที่ใต้กราฟ $f(x) = x + 2$ บนช่วง $[-2, x]$



10.1) จงหา $A(1) =$ _____

10.2) จงแสดงว่า $\frac{d}{dx}[A(x)] = f(x)$

ข้อ 11 กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} 2 & ; -1 \le x \le 3 \\ x & ; 3 < x \le 5 \end{cases}$

จงแสดงวิธีทำเพื่อหา $\int_{-1}^{5} f(x)\ dx$

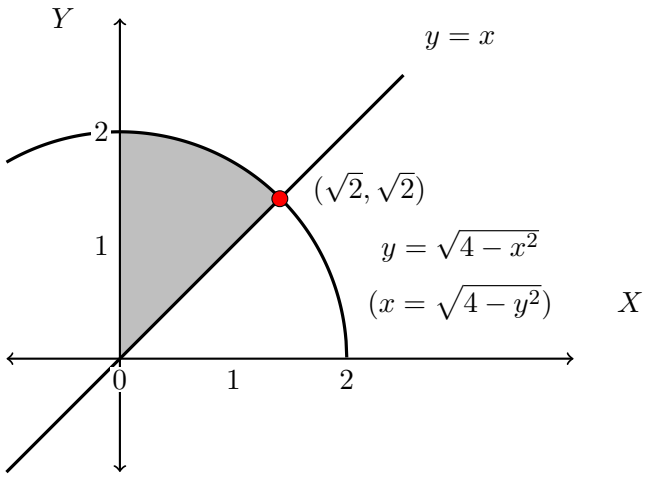
ข้อ 12 จงเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่าง

12.1) $\int_{111}^{111} \frac{x}{x^2+1}\ dx =$ _____

12.2) $\frac{d}{dz}\left[\int_{0}^{z} \frac{t}{t^2+1}\ dt\right] =$ _____

12.3) ถ้า $\int_{-2}^{5} \frac{x}{x^2+1}\ dx = \frac{1}{2}\int_{a}^{b} \frac{1}{u}\ du$ แล้ว $a =$ _____, $b =$ _____

ข้อ 13 กำหนดบริเวณที่แรเงาดังรูป จงเขียนอินทิกรัลแสดงการหาพื้นที่บริเวณที่แรเงา **โดยไม่ต้องคำนวณค่า**



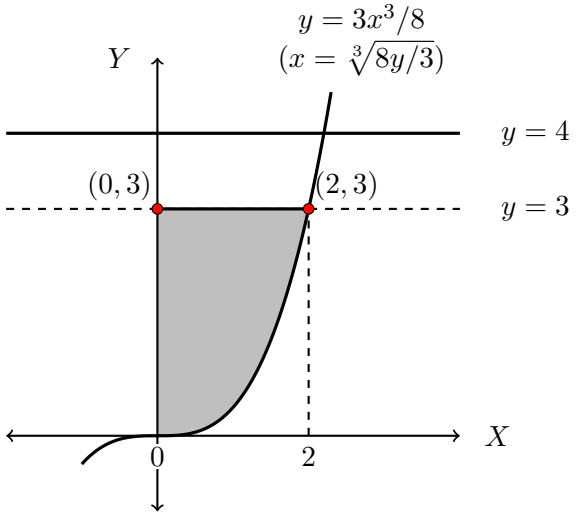
13.1) โดยการอินทิเกรตเทียบ x

พื้นที่ =

13.2) โดยการอินทิเกรตเทียบ y

พื้นที่ =

ข้อ 14 กำหนดบริเวณที่แรเงาดังรูป จงเขียนอินทิกรัลแสดงการหาปริมาตรทรงตันการหมุนรอบ (solid of revolution) ที่เกิดจากการหมุนบริเวณที่แรเงารอบแกนที่กำหนดให้ **โดยไม่ต้องคำนวณค่า**



14.1) หมุนรอบแกน Y โดยการอินทิเกรตเทียบ y

ปริมาตร =

14.2) หมุนรอบแกน Y โดยการอินทิเกรตเทียบ x

ปริมาตร =

14.3) หมุนรอบเส้นตรง $y = 4$ โดยการอินทิเกรตเทียบ x

ปริมาตร =

ข้อ 15 จงเขียนอินทิกรัลไม่ตรงแบบ (improper integral) ต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปของลิมิตของอินทิกรัลจำกัดเขต **โดยไม่ต้องคำนวณค่า**

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x} dx =$$

ข้อ 16 จงแสดงวิธีทำเพื่อหาค่าอินทิกรัลไม่ตรงแบบต่อไปนี้

$$\int_{2}^{e+2} \frac{1}{x-2} dx$$

ข้อ 17 กำหนดสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่ง (first order differential equation) ต่อไปนี้

$$xy' - 1 = x + x \ln x$$

17.1) จงแสดงว่าฟังก์ชัน $y = (x+1)\ln x + C$ เป็นคำตอบทั่วไป (general solution) ของสมการเชิงอนุพันธ์ที่กำหนด

17.2) กำหนดเงื่อนไขค่าเริ่มต้น (initial value) $y(1) = 5$ จงหาคำตอบเฉพาะ (particular solution)

ข้อ 18 กำหนดสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่งต่อไปนี้

$$\frac{dy}{dx} = xye^{x-y} \tag{1}$$

$$y\frac{dy}{dx} - y^2 \tan x = 0 \tag{2}$$

จงแยกประเภทของสมการและจัดรูปให้อยู่ในรูปแบบที่กำหนดให้ โดยเติมคำตอบลงในตาราง

สมการแยกได้	สมการหมายเลข	รูปแบบ $h(y)\,dy = g(x)\,dx$	สมการเชิงเส้น	สมการหมายเลข	รูปแบบ $\frac{dy}{dx} + p(x)y = q(x)$

ข้อ 19 จงหาคำตอบทั่วไปของสมการแยกได้ (separable equation) ต่อไปนี้

$$\frac{dy}{dx} = x^7 \sec y$$

ข้อ 20 จงหาคำตอบทั่วไปของสมการเชิงเส้น (linear equation) ต่อไปนี้

$$y' - 2y = e^{2x} + 1$$