แบบฝึกหัดทบทวนก่อนสอบปลายภาค ชุดที่ 1

ข้อ 1 จงแสดงวิธีทำเพื่อหาปริพันธ์ไม่จำกัดเขตต่อไปนี้

1.1) $\displaystyle\int \left(\frac{2022}{x} - 2^x + \sec^2 x + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right)\, dx$

1.2) $\displaystyle\int \frac{2022 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}\, dx$

1.3) $\displaystyle\int \frac{9e^{9x}}{1+e^{18x}}\, dx$

ข้อ 2 ถ้าหาปริพันธ์โดยการแทนค่าตัวแปร u (u-substitution) พบว่า

$$\int \frac{x^4+1}{x^5+5x+5}\, dx = \frac{1}{5}\int \frac{1}{u}\, du$$

แล้วจะได้ว่า $u =$ _____ และ $du =$ _____dx

ข้อ 3 จงแสดงวิธีทำเพื่อหา $\displaystyle\int x^2 \cdot 2^x\, dx$ โดยใช้เทคนิคอินทิเกรตแบบแบ่งส่วน (integration by parts)

ข้อ 4 จงแสดงวิธีทำเพื่อหา $\displaystyle\int \sin^{111} x \cos^3 x\, dx$

ข้อ 5 จงแสดงวิธีทำเพื่อหา $\displaystyle\int \cos(13\theta)\sin(7\theta)\, d\theta$

ข้อ 6 จงแสดงวิธีทำเพื่อหา $\displaystyle\int \frac{8}{x^2\sqrt{16-x^2}}\, dx$ โดยวิธีแทนค่าตรีโกณมิติ (trigonometric substitution)

ข้อ 7 จงเขียนฟังก์ชันตรรกยะต่อไปนี้ในรูปเศษส่วนย่อย (partial fraction) **โดยไม่ต้องคำนวณค่าคงที่ที่สมมติขึ้น**

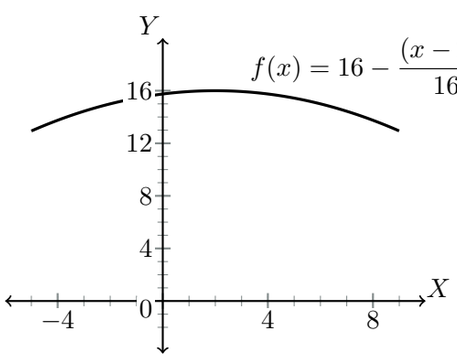
$$\frac{111x^3+5x-7}{(2-5x)^2(x^2+x+6)^2} = \boxed{}$$

ข้อ 8 จงแสดงวิธีทำเพื่อหา $\displaystyle\int \frac{10x+3}{(x-3)(x^2+2)}\, dx$

เมื่อ $\dfrac{10x+3}{(x-3)(x^2+2)}$ เขียนในรูปเศษส่วนย่อยได้ดังนี้

$$\frac{10x+3}{(x-3)(x^2+2)} = \frac{A}{x-3} + \frac{Bx+C}{x^2+2}$$

ข้อ 9 ให้ $f(x) = 16 - \dfrac{(x-2)^2}{16}$ เป็นฟังก์ชันที่นิยามบนช่วง $[-4, 8]$

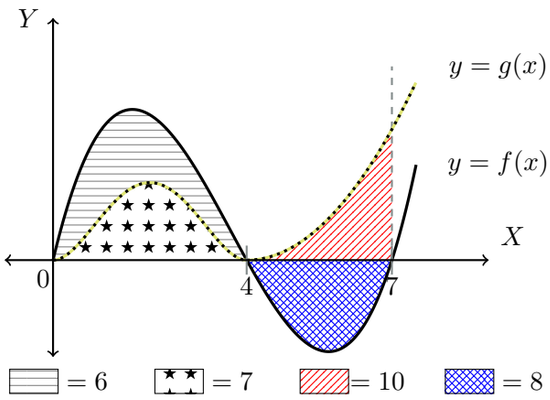


ในการประมาณพื้นที่ใต้กราฟด้วยวิธีสี่เหลี่ยมผืนผ้า (rectangle approximation method)
โดยแบ่งช่วง $[-4, 8]$ ออกเป็น 3 ช่วงย่อยที่มีความกว้างเป็น Δx เท่า ๆ กัน

9.1) จงหา $\Delta x =$ _____

9.2) กำหนด A_3 แทนพื้นที่ใต้กราฟที่ได้จากการใช้สี่เหลี่ยมผืนผ้า 3 รูป จงแสดงวิธีทำเพื่อหาค่า A_3 เมื่อกำหนดให้ความสูงของสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็นค่าของ $f(x)$ ณ จุดกึ่งกลางช่วง

ข้อ 10 จากกราฟต่อไปนี้ จงหาค่าอินทิกรัลต่อไปนี้ เมื่อให้พื้นที่แรเงาแต่ละส่วนมีขนาดตามตัวเลขที่ระบุ



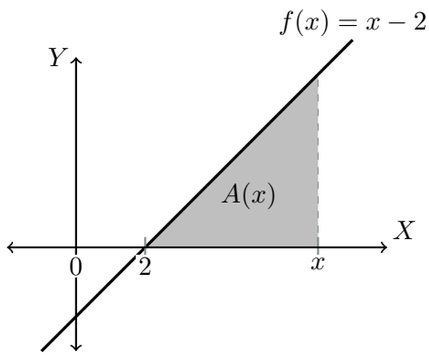
10.1) $\int_0^4 f(x)\,dx =$ _____

10.2) $\int_0^7 f(x)\,dx =$ _____

10.3) $\int_0^4 (f(x)-g(x))\,dx =$ _____

10.4) $\int_4^7 (f(x)-g(x))\,dx =$ _____

ข้อ 11 ให้ $A(x)$ แทนพื้นที่ใต้กราฟ $f(x)=x-2$ บนช่วง $[2,x]$



11.1) จงหา $A(2) =$ _____

11.2) จงแสดงว่า $\frac{d}{dx}[A(x)] = f(x)$

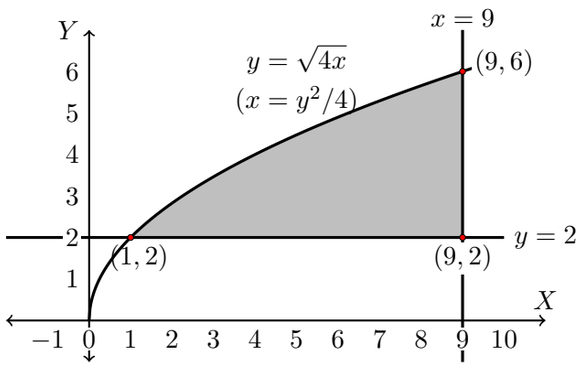
ข้อ 12 จงเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่าง

12.1) ถ้า $\int_4^{10} h(x)\,dx = 15$ และ $\int_7^{10} h(x)\,dx = 20$ แล้วจะได้ว่า $\int_7^4 h(x)\,dx =$ _____

12.2) $\frac{d}{dw}\left[\int_{-50}^{w} \frac{e^x \sin x}{x^4+2}\,dx\right] =$ _____

12.3) ถ้า $\int_0^2 e^{x^3+3x}(x^2+1)\,dx = \frac{1}{3}\int_0^{\heartsuit} e^u\,du$ แล้ว $\heartsuit =$ _____

ข้อ 13 กำหนดบริเวณที่แรเงาดังรูป



13.1) จงเขียนอินทิกรัลแสดงการหาพื้นที่แรเงา **โดยไม่ต้องคำนวณค่า**

- โดยการอินทิเกรตเทียบ x

  พื้นที่ =

- โดยการอินทิเกรตเทียบ y

  พื้นที่ =

13.2) จงเขียนอินทิกรัลแสดงการหาปริมาตรทรงตันการหมุนรอบ (solid of revolution) ที่เกิดจากการหมุนบริเวณที่แรเงารอบแกนที่กำหนดให้ด้วยวิธี Disk หรือ Washer **โดยไม่ต้องคำนวณค่า**

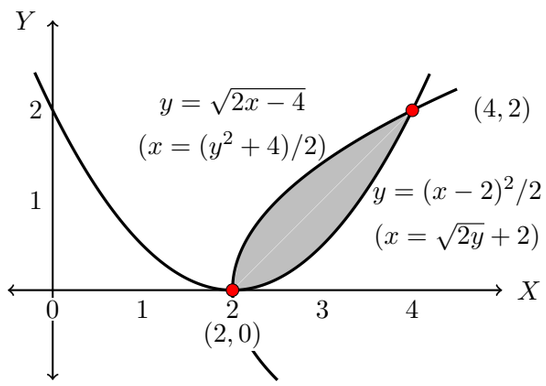
- หมุนรอบแกน Y

  ปริมาตร =

- หมุนรอบเส้นตรง $y = 2$

  ปริมาตร =

ข้อ 14 จงเขียนอินทิกรัลแสดงการหาปริมาตรที่เกิดจากการหมุนบริเวณที่แรเงารอบแกนที่กำหนดให้ด้วยวิธี Shell **โดยไม่ต้องคำนวณค่า**



14.1) หมุนรอบแกน Y

ปริมาตร =

14.2) หมุนรอบแกน X

ปริมาตร =

ข้อ 15 จงเขียนอินทิกรัลไม่ตรงแบบ (improper integral) ต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปของลิมิตของอินทิกรัลจำกัดเขต **โดยไม่ต้องคำนวณค่า**

15.1) $\int_{-2}^{\infty} x^3 dx =$

15.2) $\int_{-\infty}^{\infty} 7x dx =$

15.3) $\int_{-\infty}^{2} \frac{1}{x} dx =$

ข้อ 16 กำหนดอินทิกรัลไม่ตรงแบบ (improper integral)

$$\int_{-1}^{1} \frac{1}{x^{2/3}} dx$$

16.1) จงเขียนอินทิกรัลไม่ตรงแบบที่กำหนดให้ในรูปของลิมิตของอินทิกรัลจำกัดเขต

$\int_{-1}^{1} \frac{1}{x^{2/3}} dx =$

16.2) จากข้อ 16.1) จงแสดงวิธีทำเพื่อหาค่าอินทิกรัล

ข้อ 17 จงแสดงว่า $y = 1 + e^{-x}$ เป็นคำตอบ (solution) ของสมการเชิงอนุพันธ์ (differential equation)

$$y'' + 2y' + y = 1$$

ข้อ 18 จงหาคำตอบทั่วไป (general solution) ของสมการเชิงอนุพันธ์

$$\frac{dy}{dx} = 2^x y^2 + 1$$

ข้อ 19 จงหาคำตอบของปัญหาค่าเริ่มต้น (initial value problem) ต่อไปนี้

$$y' + \frac{2y}{x} = x, \qquad y(1) = 1$$

ข้อ 20 กำหนดให้ y แทนจำนวนนักศึกษาที่สามารถเข้าถึงสื่อการเรียนรู้ออนไลน์ของสถาบันแห่งหนึ่ง สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์

$$\frac{dy}{dt} = 0.2y$$

เมื่อ t แทนจำนวนปี (โดยกำหนด $t = 0$ หมายถึงปี พ.ศ. 2565) ทั้งนี้ในปี พ.ศ. 2565 มีจำนวนนักศึกษาที่สามารถเข้าถึงการเรียนรู้แบบสื่อออนไลน์ 500 คน

จากสมการเชิงอนุพันธ์ที่กำหนดให้ จะได้ว่า $y(t) = Ce^{0.2t}$ จงแสดงวิธีทำเพื่อคาดการณ์จำนวนนักศึกษาที่สามารถเข้าถึงการเรียนรู้ออนไลน์ในอีก 5 ปี ข้างหน้า (กำหนดให้ $e \approx 2.72$)