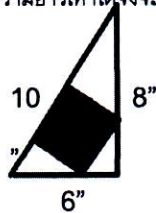


แบบฝึกหัดประยุกต์ เรื่องค่าสูงสุด-ต่ำสุด

1. ต้องการล้อมรั้วสนามเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าโดยจะล้อมรั้วสามด้าน จงหาว่า จะต้องล้อมรั้วให้ได้ความกว้างและยาวเท่าใด เมื่อต้องการให้ได้พื้นที่มากที่สุดและใช้ รั้วที่มีความยาวรวมทั้งหมด 1,000 ฟุต

2. ต้องการล้อมรั้วพื้นที่ให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าโดยใช้รั้วสองชนิด โดยที่สองด้านที่อยู่ตรงข้ามกันจะใช้รั้วชนิดเดียวกัน รั้วชนิดแรกราคา 3 ดอลลาร์ / ฟุต รั้วชนิดที่สอง ราคา 2 ดอลลาร์ / ฟุต จะต้องล้อมรั้วให้มีความกว้างและความยาวเท่าใดจึงจะได้ พื้นที่มากที่สุด และใช้งบไม่เกิน 6,000 ดอลลาร์



3. จากรูป จงหาว่ารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าจะต้องมีขนาดเท่าใด จึงจะทำให้มีพื้นที่มากที่สุด

4. จงหาขนาดของสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีพื้นที่มากที่สุดที่สามารถบรรจุอยู่ในวงกลมที่มีรัศมี 10 cm.

5. ต้องการล้อมรั้วพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีพื้นที่ 3,200 ตารางฟุต โดยที่สองด้านที่อยู่ตรงข้ามกันจะใช้รั้วชนิดเดียวกัน รั้วชนิดแรกราคา 1 ดอลลาร์/ฟุต ชนิดที่สอง ราคา 2 ดอลลาร์ / ฟุต จงหาว่าจะต้องล้อมรั้วให้มีความกว้างและความยาวเท่าใด จึงจะใช้ต้นทุนถูกที่สุด

6. จงแสดงว่าในบรรดารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีพื้นที่เท่ากับค่าคงที่ A รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีเส้นรอบรูปน้อยที่สุด

7. กล้องที่มีฐานรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสกล้องหนึ่งมีส่วนสูงยาวกว่าความกว้างฐาน การกระจายโปรเจกชันรัศมีกำหนดไว้ว่ากล้องนี้จะถูกส่งทางไปรษณีย์ได้ก็ต่อเมื่อผลรวม ความสูงและความยาวเส้นรอบรูปของฐานกล้องมีค่าไม่เกิน 108 นิ้ว อยากรทราบว่า กล้องนี้จะมีความยาวมากที่สุดเท่าไร

8. ต้องการสร้างกล่องไม่มีฝาปิดจากแผ่นโลหะรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด 3×8 ฟุต โดยการตัดที่มุมทั้งสองออกเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดเท่ากันแล้วพับประกอบเป็น กล้อง จงหาปริมาตรมากที่สุดที่สามารถสร้างได้

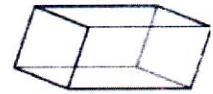
9. ภาชนะทรงสี่เหลี่ยมปิดที่มีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีปริมาตร 2250 ลบ.ซม. วัสดุด้านบนและด้านล่างของภาชนะราคาเป็นสองเท่าของวัสดุด้านข้าง จงหาขนาดของภาชนะที่ราคาต่ำที่สุด

10. ภาชนะทรงลูกบาศก์ไม่มีฝาปิดมีปริมาตร V ลบ.หน่วย จงหาขนาดของภาชนะที่มีพื้นที่ผิวน้อยที่สุด

11. กระบองทรงกระบอกปิดมีปริมาตร V ลบ.หน่วย จงแสดงว่ากระบองที่มีพื้นที่ผิวน้อยที่สุดคือกระบองที่มีความสูงเท่ากับขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของฐาน

12. ต้องการทำกระบองทรงกระบอก ฝาเปิดด้านบน บรรจุของเหลว 500 ลบ.ซม. จงหาความสูงและรัศมีของกระบองที่ทำให้ใช้วัสดุในการทำกระบองน้อยสุด

13. โครงลวดที่ใช้ทำกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ประกอบด้วยรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเท่ากันสองอัน เชื่อมติดแต่ละจุดด้วยลวดตรงความยาวเท่ากันสี่เส้น (ดังรูป) ถ้าโครงลวดนี้ทำจากลวดที่มีความยาว L จงหาขนาดของกล่องที่จะทำให้ได้ปริมาตรมากที่สุด



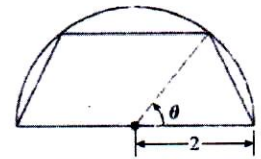
▲ Figure Ex-33

14. จงหาความสูงและรัศมีของกรวยกลมที่มีความสูงเอียงเท่ากับ L ที่ทำให้ได้กรวยที่มีปริมาตรมากที่สุดที่เป็นไปได้

15. ต้องการทำถ้วยกระต่ายสำหรับใส่น้ำดื่มทรงกรวย มีความจุ 100 ลูกบาศก์เซนติเมตร จงหาความสูงและรัศมีของถ้วยที่ใช้กระต่ายในการทำน้อยสุด

16. จงหาความสูงและรัศมีของกรวยกลมตรงซึ่งมีปริมาตรน้อยสุดที่สามารถปิดล้อมทรงกลมรัศมี R หน่วย

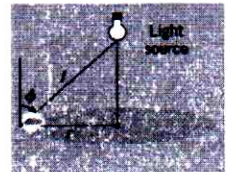
17. สี่เหลี่ยมคางหมูที่อยู่แนบในครึ่งวงกลมที่มีรัศมี 2 หน่วย ซึ่งสี่เหลี่ยมคางหมูนี้มีด้านหนึ่งคือเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม ดังรูปที่ 47 จงหาพื้นที่ที่มากที่สุดของสี่เหลี่ยมคางหมูนี้



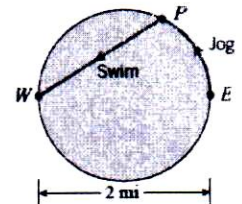
▲ Figure Ex-47

[Hint: เขียนพื้นที่ของสามเหลี่ยมคางหมูให้เป็นฟังก์ชันของ θ]

18. โคมไฟถูกแขวนไว้บนโต๊ะกลมที่มีรัศมี r โคมไฟควรจะถูกแขวนไว้สูงจากโต๊ะเป็นระยะทางเท่าใดเพื่อที่แสงจะได้ส่องไปถึงขอบโต๊ะได้พอดี (ดูรูปที่ 49 ประกอบ) สมมติว่า การส่องสว่างของแสงไฟ I จะผันตรงกับ cosine ของมุม θ ของแสงและจะเป็นสัดส่วนผกผันกับระยะทางยกกำลังสอง จากโคมไฟ



19. วัตถุสองชนิดคือ A และ B เคลื่อนที่ในแนวระนาบ xy ซึ่งมีจุดกึ่งกลางเมื่อเวลา $t, (t \geq 0)$ กำหนดโดย $x_A = t, y_A = 2t, x_B = 1-t$ และ $y_B = t$ จงหาระยะทางที่สั้นที่สุดระหว่างวัตถุ A และ B



▲ Figure Ex-57

20. ชายหาดของทะเลสาบวงกลม มีวงกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 2 ไมล์ การซ้อมเดินของหนูแมน เริ่มต้นที่จุด E บนชายหาดฝั่งตะวันออก และเขาเดินเรียบชายหาดไปทางทิศเหนือของจุด P และจากนั้นก็ว่ายน้ำไปยังจุด W ซึ่งเป็นจุดที่อยู่ทางด้านทิศตะวันตกของจุด E หนูแมนว่ายน้ำด้วยอัตราเร็ว 2 ไมล์/ชั่วโมง และเดินด้วยอัตราเร็ว 8 ไมล์/ชั่วโมง หนูแมนควรจะเดินเป็นระยะทางเท่าใดเพื่อที่จะ

เหนือของจุด P และจากนั้นก็ว่ายน้ำไปยังจุด W ซึ่งเป็นจุดที่อยู่ทางด้านทิศตะวันตกของจุด E หนูแมนว่ายน้ำด้วยอัตราเร็ว 2 ไมล์/ชั่วโมง และเดินด้วยอัตราเร็ว 8 ไมล์/ชั่วโมง หนูแมนควรจะเดินเป็นระยะทางเท่าใดเพื่อที่จะ

(a) ใช้เวลาน้อยที่สุดในการฝึกซ้อม

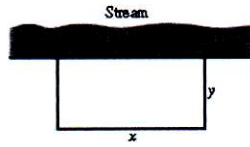
(b) ใช้เวลามากที่สุดในการฝึกซ้อม

ข้อเสนอนะแบบฝึกหัดประยุกต์ เรื่องค่าสูงสุด-ต่ำสุด

1. ให้ x และ y เป็นความยาวด้านต่างๆดังรูป

จะได้ว่า $y=(1000-x)/2$

และ พื้นที่ $A = xy = x(1000-x)/2$

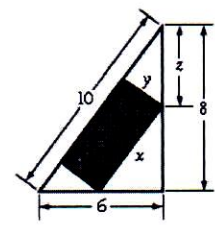
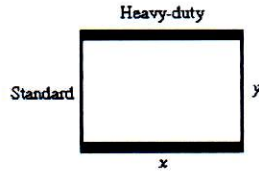


2. ให้ x และ y เป็นความยาวด้านต่างๆดังรูป

จะได้ว่าราคาบังคับให้ $3(2x)+2(2y) = 6000$

นั่นคือ $y=(6000-6x)/4$

พื้นที่ $A = xy = x(6000-6x)/4$



3. กำหนด x, y, z ดังรูป ใช้สมบัติสามเหลี่ยมคล้าย ได้

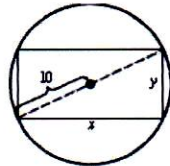
ว่า $z/y=10/6$ และ $x/(8-z)=10/8$ จัดรูปแก้ระบบสมการ ได้ $y=24/5-12x/25$

พื้นที่ $A = xy = x(24/5-12x/25)$

4. กำหนด x, y ดังรูป ใช้สมบัติพีทาโกรัส ได้ว่า

$x^2+y^2=10^2$ จัดรูปได้ $y = \sqrt{100-x^2}$

พื้นที่ $A = xy = x\sqrt{100-x^2}$



5. ให้รั้วด้านหนึ่งยาว x อีกด้านยาว y จากสมการพื้นที่ได้ว่า $xy=3200$

ดังนั้น $y=3200/x$ ราคารั้วหาได้จาก $C=1(2x)+2(2y)=2x+4(3200/x)$

6. ให้ด้านหนึ่งยาว x อีกด้านยาว y จากสมการพื้นที่ได้ว่า $xy=A$

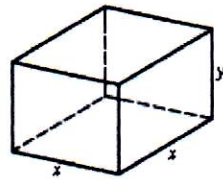
ดังนั้น $y=A/x$ เส้นรอบรูปหาได้จาก $P=2x+2y=2x+2A/x$

ผลลัพธ์จากนี้จะได้ $x=\sqrt{A}$ ทำให้ $x=y$

7. กำหนด x, y ดังรูป จากมิติของกล่องกำหนด

$y>x$ และ $4x+y=108$ ดังนั้น $y=108-4x$

ปริมาตรกล่อง $V=x^2(108-4x)$



8. เหมือนตัวอย่างในท้องเรียน

9. กำหนด x, y ดังรูปข้อ 7 จากสมการปริมาตร $x^2y = 2250$ ดังนั้น $y=2250/x^2$

ราคาของภาชนะคำนวณจาก $C=4(xy)+2(x^2)2c$

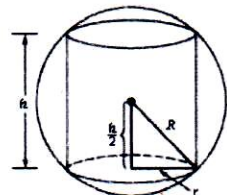
10. กำหนด x, y ดังรูปข้อ 7 จากสมการปริมาตร $x^2y = V$ ลบ.หน่วย ดังนั้น $y=V/x^2$

พื้นที่ผิว $S=x^2+4xy$

11. กำหนดตัวแปรรัศมี r ส่วนสูง h ดังรูป โดยกฎพีทาโกรัส จะได้ว่า $R^2=(h/2)^2+r^2$

จัดรูปได้ $r^2=R^2-(h/2)^2$

ปริมาตร $V=\pi r^2 h$ ผลลัพธ์จะได้ $h=2r$



12. ให้ r แทนรัศมี h แทนความสูง กำหนด

ปริมาตร $500=\pi r^2 h$ ดังนั้น $r^2=500/\pi h$

พื้นที่ผิว $S=\pi r^2 h+2\pi r h$

13. ให้ด้านของสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาว x และเชื่อมด้วยลวดความยาว y จะได้ว่า

$L=8x+4y$ ดังนั้น $y=(L-8x)/4$ ปริมาตรกล่องคือ $V=x^2 y$

14. ให้ความสูงและรัศมีของกรวยกลมเป็น h และ r โดยสมบัติพีทาโกรัสจะได้ว่า

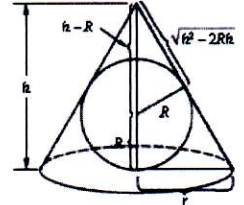
$L^2=h^2+r^2$ ดังนั้น $r^2=L^2-h^2$ ปริมาตรกรวยกลมหาได้จาก $V=(1/3)\pi r^2 h$

15. ให้ความสูงและรัศมีของกรวยกระต่าย เป็น h และ r และ สูงเฉียงเป็น L

ปริมาตร $100=(1/3)\pi r^2 h$ ทำให้ $r^2=300/\pi h$ โดยสมบัติพีทาโกรัสจะได้ว่า

$L^2=h^2+r^2=h^2+300/\pi h$

พื้นที่ผิวกรวย $S=\pi r L=\pi \sqrt{\frac{300}{\pi h}} \sqrt{h^2+\frac{300}{\pi h}}$



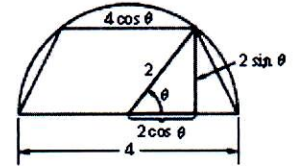
16. กำหนดตัวแปรดังรูป โดยสามเหลี่ยมคล้าย

$r/h=R/\sqrt{h^2-2Rh}$ ดังนั้น $r=h R/\sqrt{h^2-2Rh}$

ปริมาตร $V=(1/3)\pi r^2 h$

17. จากรูปพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมู

$A=(1/2)(2\sin\theta)(4+4\cos\theta)$



18. จากใจทย์ เมื่อให้ k เป็นค่าคงที่การแปรผัน จะได้ $I = k \frac{\cos \theta}{l^2}$

จาก $\cos \theta = \frac{h}{l}$ และ $l = \sqrt{h^2+r^2}$ ได้ $I = k \frac{h}{l^3} = k \frac{h}{(h^2+r^2)^{3/2}}$

ผลลัพธ์จะได้ $h=r/\sqrt{2}$

19. ระยะทางระหว่างวัตถุทั้งสองคือ $D=\sqrt{((1-t)-t)^2+(t-2t)^2}$

20. กำหนดมุมดังรูป ได้ว่าระยะทางตามขอบฝั่ง

จาก E ไป P

เป็น $2\pi r \cdot \left(\frac{2\theta}{2\pi}\right) = r2\theta = 2\theta$

และ ระยะทางจาก P ไป W เป็น $2 \cos \theta$

ดังนั้นใช้เวลา $T = \frac{2\theta}{8} + \frac{2 \cos \theta}{2}$

