ณัฐธิดา นิมิตรดี 5405104074
สุทธิศักดิ์ วิเศษวงษา 5405105985
กรณิศ เพชรมีธรกุล 5405106604
อนุวัฒน์ จันใจ 5405104719
อาชัยยุ์ ศรีศาสุข 5405107427

$$h\tau_{n+1}(h) = y_{n+1} - y_{n+1}$$

$$= y_n + hy'_n + \frac{h^2}{2!}y''_n + \frac{h^3}{3!}y'''_n + O(h^4) - (y_{n-1} + 2hy_n)$$

$$= y_n + hy'_n + \frac{h^2}{2!}y''_n + \frac{h^3}{3!}y'''_n + O(h^4) - (y_n - hy'_n + \frac{h^2}{2!}y''_n - \frac{h^3}{3!}y'''_n + O(h^4) + 2hy_n)$$

$$= y_n + hy'_n + \frac{h^2}{2!}y''_n + \frac{h^3}{3!}y'''_n + O(h^4) - y_n + hy'_n - \frac{h^2}{2!}y''_n + \frac{h^3}{3!}y'''_n - 2hy_n$$

$$= \frac{h^3}{3}y'''_n + O(h^4)$$

$$\tau_{n+1}(h) = \frac{h^2}{3}y'''_n + O(h^3)$$

Order 2

หรือ

$$y_{n-1} = y(x_n - h)$$

$$= y(x_n) - hy'(x_n) + \frac{h^2}{2!}y''(x_n) - h^3y'''(x_n) + O(h^4)$$

$$= y_n - hy'_n + \frac{h^2}{2!}y''_n - \frac{h^3}{3!}y'''(x_n) + O(h^4)$$

5/5

Truncation error

$$h\tau_{n+1}(h) = Y_{n+1} - y_{n+1}$$

$$= y_n + hy'_n + \frac{h^2}{2}y''_n + \frac{h^3}{6}y'''_n + \Theta(h^4) - (y_{n-1} + 2hf_n)$$

ทฤ $\quad y_{n-1} = y(x_{n-1})$

$$= y(x_n - h)$$

$$= y(x_n) - hy'(x_n) + \frac{h^2}{2}y''(x_n) - \frac{h^3}{6}y'''_n + \Theta(h^4)$$

$$- y_n + hy'_n + \frac{h^2}{2}y''_n + \frac{h^3}{6}y'''_n + \Theta(h^4)$$

$$- y_n + hy'_n - \frac{h^2}{2}y''_n + \frac{h^3}{6}y'''_n - 2hy'_n + \Theta(h^4)$$

$$= \frac{1}{3}h^3y'''_n + \Theta(h^4)$$

5/5

$$\Rightarrow h\tau_{n+1}(h) = Y_{n+1} - y_{n+1}$$

$$= \frac{1}{3}h^3y'''_n + \Theta(h^4)$$

$$\tau_{n+1}(h) = \frac{1}{3}h^2y'''_n + \Theta(h^3)$$

So, Order of accuracy = 2

น.ส. วรัญญา	540510595
น.ส. ปิยาธีย์	540510667
นาย สุรชัย	540510684
น.ส. มินตรา	540510685
นาย. เอกชัย	540510733
น.ส. อาทิตยา	540510730
นาย เอกอินทร์	540510734

ปิราวรรณ หมั่งธรรมไชย 540510587
กุลกัลยา คำใจ 540510612
ชลิดา แซ่ต๋า 540510632
ชิตชนก สุปัน 540510633

$$h\tau_{n+1}(h) = Y_{n+1} - y_{n+1}$$

$$= y_n + hy'_n + \frac{h^2}{2}y''_n + \frac{h^3}{6}y'''_n + O(h^4)$$

$$- (y_{n-1} + 2hf_n)$$

$$= Y_n + hY'_n + \frac{h^2}{2}Y''_n + \frac{h^3}{6}Y'''_n + O(h^4) -$$

$$- Y(x_n) + hY'(x_n) - \frac{h^2}{2}Y''(x_n) + \frac{h^3}{6}Y'''_n - 2hY'_n + O(h^4)$$ ✓

$$= \frac{1}{3}h^3 Y'''_n + O(h^4)$$ ✓

5/5

พิจารณา

$$y_{n-1} = y(x_{n-1})$$

$$= y(x_n - h)$$

$$= Y(x_n) - hy'(x_n) + \frac{h^2}{2}y''(x_n) - \frac{h^3}{6}Y'''_n + O(h^4)$$ ✓

$$\therefore h\tau_{n+1}(h) = Y_{n+1} - Y_{n+1}$$

$$= \frac{1}{3}h^3 Y''_n + O(h^4)$$

$$\therefore \tau_{n+1}(h) = \frac{1}{3}h^2 Y_n + O(h^3)$$ ✓

order of accuracy ?

$$h\tau_{n+1}(h) = y_{n+1} - y_{n+1}$$

$$= y_n + hy_n' + \frac{h^2}{2}y_n'' + \frac{h^3}{6}y_n''' + O(h^4) - (y_{n-1} + 2hf_n) \quad + \frac{1}{6}h^3y''' + O(h^4)$$

$$= y_n + hy_n' + \frac{h^2}{2}y_n'' + \frac{h^3}{6}y_n''' + O(h^4) - \left(y_n - hy_n' + \frac{1}{2}h^2y_n'' + O(h^3) + 2hy_n'\right)$$

$$= y_n + hy_n' + \frac{h^2}{2}y_n'' + \frac{h^3}{6}y_n''' + O(h^4) - y_n + hy_n' - \frac{1}{2}h^2y_n'' - O(h^3) - 2hy_n'$$ ✓

$$\therefore h\tau_{n+1}(h) = \frac{h^3}{6}y_n''' + O(h^4) \checkmark \times \quad = \frac{h^3}{3}y_n''' + O(h^4)$$

$$\therefore \tau_{n+1}(h) = \frac{h^2}{6}y_n''' + O(h^3) \checkmark \times$$

so, the Trapezoidal method has order 2 ✓ (i.e. 2nd order of accuracy) ✓

$\frac{4}{5}$

น.ส. จิรวรรณ ไฟร้อน 540510619

น.ส. ธรีบทิพย์ จันทร์หอกลอง 540510629

นาย. ณัฐวุฒิ พันธุ์ดี 540510646

น.ส. รักชนก รัตนวิทย์ 540510689

Truncation error

$$h\tau_{n+1}(h) = Y_{n+1} - y_{n+1}$$

$$= y_n + hy'_n + \frac{h^2}{2}y''_n + \frac{h^3}{6}y'''_n + O(h^4) - (y_{n-1} + 2hf_n)$$

Since $f_n = y'_n$, $h\tau_{n+1}(h)$

$$= y_n + hy'_n + \frac{h^2}{2}y''_n + \frac{h^3}{6}y'''_n + O(h^4) - (y_{n-1} + 2hy'_n)$$

Note

$$y_{n-1} = y(x_{n-1})$$

$$= y(x_n - h)$$

$$= y(x_n) - hy'(x_n) + \frac{h^2y''(x_n)}{2} - \frac{h^3}{6}y'''(x_n) + O(h^4)$$

$$h\tau_{n+1}(h) = y_n + hy'_n + \frac{h^2}{2}y''_n + \frac{h^3}{6}y'''_n + O(h^4) - y(x_n) + hy'(x_n) - \frac{h^2y''(x_n)}{2} + \frac{h^3}{6}y'''(x_n) - O(h^4) - 2hy'_n$$

$y(x_n) = y_n$; $h\tau_{n+1}(h) = y_n + hy'_n + \frac{h^2}{2}y''_n + \frac{h^3}{6}y'''_n + O(h^4) - y_n + hy'_n - \frac{h^2y''_n}{2} + \frac{h^3}{6}y'''_n - O(h^4) - 2hy'_n$

$$\therefore h\tau_{n+1}(h) = \frac{h^3}{3}y'''_n + O(h^4)$$

* ดังนั้น order of accuracy = ?

รายชื่อสมาชิกในกลุ่ม

1. นางสาวกนกวัลย์	ใบแสด	540510571
2. นางสาวกรรณิการ์	วงศ์ชัย	540510572
3. นางสาวนลัสร	ป้านแก้ว	540510576
4. นางสาวชลิดา	คงกุ่น	540510578
5. นาย ทศพร	โลห์ตัวกุล	540510583
6. นางสาวพัชราภรณ์	ดาวดำชู	540510592
7. นางสาวสุภาพนต์	สุวัตน์	540510599

5/5

นางสาว เจนจิรา เพชรปอย 540510624
นางสาว ณศิกา จันธิดา 540510660
นางสาว วรรณิศา เผือวโครต 540510693
นางสาว วิไลวรรณ กันกา 540510695

Truncation error

$$h\tau_{n+1}(h) = Y_{n+1} - y_{n+1}$$

$$= y_n + hy'_n + \frac{h^2}{2}y''_n + \frac{h^3}{6}y'''_n + O(h^4) - (y_{n-1} + 2hf_n)$$

$$= y_n + hy'_n + \frac{h^2}{2}y''_n + \frac{h^3}{6}y'''_n + O(h^4) - \left(y_n - hy'_n + \frac{h^2}{2}y''_n - \frac{h^3}{6}y'''_n + O(h^4) + 2hy'_n\right)$$

$(\because f_n = y'_n)$

$$= y_n + hy'_n + \frac{h^2}{2}y''_n + \frac{h^3}{6}y'''_n + O(h^4) - y_n + hy'_n - \frac{h^2}{2}y''_n + \frac{h^3}{6}y'''_n + O(h^4) - 2hy'_n$$

$$= \frac{h^3}{3}y'''_n + O(h^4)$$

จาก $h\tau_{n+1}(h) = Y_{n+1} - y_{n+1}$

$$= \frac{h^3}{3}y'''_n + O(h^4)$$

$$\tau_{n+1}(h) = \frac{h^2}{3}y'''_n + O(h^3)$$

5/5

So, the midpoint method has order 2 #

$$h T_{n+1}(h) = Y_{n+1} - y_{n+1} \qquad (Y_i = y_i \ , i = 1, \dots, n)$$

$$= \left[y_n + h y_n' + \frac{h^2}{2} y_n'' + \frac{h^3}{6} y_n''' + O(h^4) \right] - (y_{n-1} + 2h f_n)$$

$$= \left[y_n + h y_n' + \frac{h^2}{2} y_n'' + \frac{h^3}{6} y_n''' + O(h^4) \right] - \left[y_n - h y_n' + \frac{h^2}{2} y_n'' - \frac{h^3}{6} y_n''' + O(h^4) + 2h f_n \right]$$

$$= 2h y_n' + \frac{h^3}{3} y_n''' - 2h f_n$$

$$\therefore T_{n+1}(h) = 2 y_n' + \frac{h^2}{3} y_n''' - 2 f_n$$ ✓

From $f_n = y_n'$

$$\Rightarrow T_{n+1}(h) = \frac{h^2}{3} y_n'''$$ ✓

สรุปว่า

ดังนั้น วิธีจุดกลาง มี order = 2

5/5

สถาพรธรรม ศรีสุริยะธาดา 540510597

ปาณิสม์ กัลยาณมิตร 550510454

Midpoint method

$$y_{n+1} = y_{n-1} + 2h f(x_n, y_n) \quad , n \geq 1$$

Truncation error

$$h \cdot \tau_{n+1}(h) = Y_{n+1} - y_{n+1}$$

$$= Y_n + hY_n' + \frac{h^2}{2} Y_n'' + \frac{h^3}{6} Y_n''' + \mathcal{O}(h^4)$$

$$- (y_{n-1} + 2h f_n)$$

จาก $Y_n = y_n$;

$$= y_n + hy_n' + \frac{h^2}{2} y_n'' + \frac{h^3}{6} y_n''' + \mathcal{O}(h^4) - y_{n-1} - 2hy_n'$$

<u>หรือ</u>

$$y_{n-1} = y(x_{n-1})$$

$$= y(x_n - h)$$

$$= y(x_n) - hy'(x_n) + \frac{h^2}{2} y''(x_n) - \frac{h^3}{6} y'''(x_n) + \frac{h^4}{24} y^{(4)}(x_n) + \mathcal{O}(h^5)$$

$$= y_n - hy_n' + \frac{h^2}{2} y_n'' - \frac{h^3}{6} y_n''' + \frac{h^4}{24} y_n^{(4)} + \mathcal{O}(h^5)$$

แทนค่า y_{n-1} จะได้

$$h \cdot \tau_{n+1}(h) = y_n + hy_n' + \frac{h^2}{2} y_n'' + \frac{h^3}{6} y_n''' + \mathcal{O}(h^4)$$

$$- y_n + hy_n' - \frac{h^2}{2} y_n'' + \frac{h^3}{6} y_n''' - \frac{h^4}{24} y_n^{(4)} + \mathcal{O}(h^5) - 2hy_n'$$

$$= \frac{h^3}{3} y_n''' + \mathcal{O}(h^4)$$

$$\Rightarrow \quad h \cdot \tau_{n+1}(h) = Y_{n+1} - y_{n+1}$$

$$= \frac{h^3}{3} y_n''' + \mathcal{O}(h^4)$$

$$\therefore \quad \tau_{n+1}(h) = \frac{h^2}{3} y_n''' + \mathcal{O}(h^3) \qquad \text{※}$$

So, the mid point method has order 2 .

5/5

นายจักรกฤษณ์ แดงแสน 540510574

นายเจนวิช พ่วงพี 540510577

น.ส. ณัฏฐกานต์ สุขใจดี 540510579

นายขวัญชัย แจ้ใจ 540510614

น.ส. ภีมฟ้า รัศมีเนตร 540510677