

สูตรตรีโกณมิติ เพิ่มเติม

$$\sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

$$\sin(A - B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$$

$$\cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$$

เราสามารถจำสูตร (4)-(9) โดยให้มีที่มาจากสูตรเหล่านี้ได้

แบบฝึกหัด

1. จงหาปริพันธ์ $\int \tan^{-1/2}(2x) \sec^4(2x) dx$

2. จงใช้วิธีแบบงานเพื่อหาปริมาตรที่เกิดจากการหมุนพื้นที่ที่ถูกล้อม

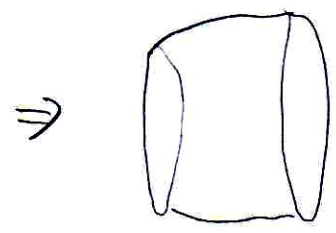
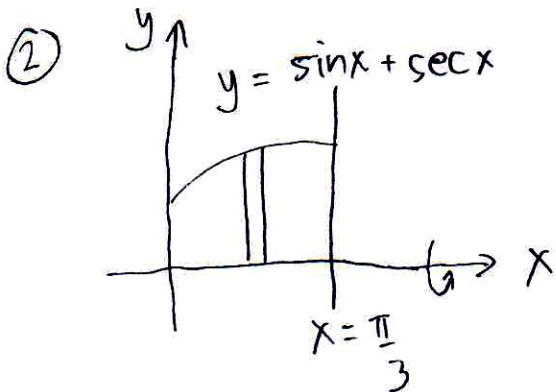
รอบโดย $y = \sin x + \sec x$, $y = 0$, $x = 0$, และ $x = \pi/3$ รอบ

แกน x

3. จงหาพื้นที่ใต้กราฟของ $y = (2 - x^2)^{3/2}$ ในจุดภาคที่หนึ่ง

$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} \quad \int \tan^{-\frac{1}{2}}(2x) \sec^4(2x) dx &= \int \tan^{-\frac{1}{2}}(2x) \sec^2(2x) \sec^2(2x) dx \\
 &= \int \tan^{-\frac{1}{2}}(2x) (1 + \tan^2(2x)) \sec^2(2x) dx \\
 &= \frac{1}{2} \int u^{-\frac{1}{2}} (1 + u^2) du \\
 &= \frac{1}{2} \int u^{-\frac{1}{2}} + u^{\frac{3}{2}} du \\
 &= \frac{1}{2} \left[2u^{1/2} + \frac{2}{5}u^{5/2} \right] + C \\
 &= u^{1/2} + \frac{1}{5}u^{5/2} + C = \tan^{1/2}(2x) + \frac{1}{5}\tan^{5/2}(2x) + C
 \end{aligned}$$

let $u = \tan(2x)$
 so, $\frac{du}{2} = \sec^2(2x) dx$



$\sin x \sec x$
 $= \sin x \cdot \frac{1}{\cos x}$
 $= \tan x$

$$\begin{aligned}
 V &= \int_0^{\pi/3} \pi (\sin x + \sec x)^2 dx = \pi \int_0^{\pi/3} \sin^2 x + 2 \tan x + \sec^2 x dx \\
 &= \pi \int_0^{\pi/3} \left[\frac{1}{2} - \frac{\cos(2x)}{2} \right] + 2 \tan x + \sec^2 x dx \\
 &= \pi \left[\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin(2x) + 2 \ln|\sec x| + \tan x \right]_0^{\pi/3} \\
 &= \pi \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{8} + 2 \ln 2 + \sqrt{3} \right) \\
 &= \frac{\pi^2}{6} + \frac{7\sqrt{3}\pi}{8} + 2\pi \ln 2
 \end{aligned}$$