

แบบฝึกหัด

1. กำหนด $f(x) = -x^2 + 4$ จงหา c ที่ทำให้ $f(c)$ มีค่าเท่ากับค่าเฉลี่ยของ f บนช่วง $[-2, 2]$

2. จงหาพื้นที่ของบริเวณที่อยู่ระหว่างกราฟของ f และแกน x

(a) $f(x) = |x - 1|, \quad 0 \leq x \leq 2$

(b) $f(x) = x(x - 1)(x + 3)$

3. หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้

(a) $F(x) = \int_0^{e^x} \sqrt{t^2 + 1} dt$

(b) $G(x) = \int_x^{e^x} \sqrt{t^2 + 1} dt$

(c) $H(x) = \int_1^x x\sqrt{t^2 + 1} dt$

คำแนะนำ: เขียน H ให้อยู่ในรูปของผลคูณของฟังก์ชันสอง

ฟังก์ชัน: $H(x) = x \cdot \int_1^x \sqrt{t^2 + 1} dt$

① $f(x) = -x^2 + 4, x \in [-2, 2]$

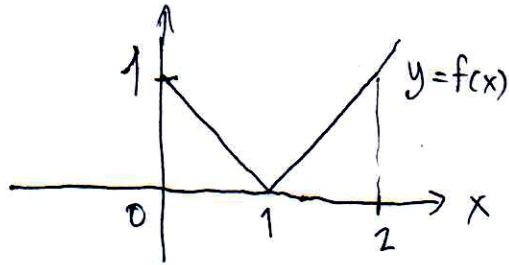
$$AV(f) = \frac{1}{2-(-2)} \int_{-2}^2 (-x^2+4) dx = \frac{1}{4} \int_{-2}^2 (-x^2+4) dx = \frac{1}{4} \left[-\frac{1}{3}x^3 + 4x \right]_{-2}^2$$

$$= \frac{1}{4} \left[\left(-\frac{1}{3} \cdot 8 + 4 \cdot 2 \right) - \left(-\frac{1}{3} \cdot (-8) + 4 \cdot (-2) \right) \right] = \frac{8}{3}$$

$$f(c) = \frac{8}{3} \Rightarrow -c^2 + 4 = \frac{8}{3} \Rightarrow 4 - \frac{8}{3} = c^2$$

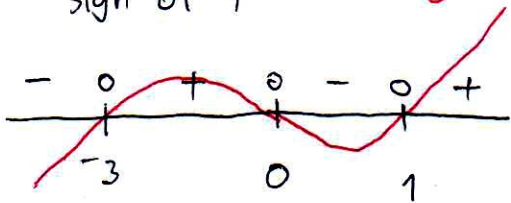
$$c = \pm \frac{2}{\sqrt{3}}$$

② (a)



$$\text{Area} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = 1$$

(b) sign of f $y=f(x)$



$$\text{Total area} = \int_{-3}^0 f(x) dx + \left| \int_0^1 f(x) dx \right|$$

$$= \int_{-3}^0 x(x-1)(x+3) dx + \left| \int_0^1 x(x-1)(x+3) dx \right|$$

$$= \frac{45}{4} + \left| -\frac{7}{12} \right| = \frac{45}{4} + \frac{7}{12} = \frac{71}{6}$$

③ (a) $F'(x) = \sqrt{(e^x)^2 + 1} \cdot e^x$ (chain rule)

(b) $G(x) = -\int_a^x \sqrt{t^2+1} dt + \int_a^x \sqrt{t^2+1} dt$

$$G'(x) = -\sqrt{x^2+1} + \sqrt{(e^x)^2+1} \cdot e^x$$

(c) $H(x) = x \cdot \sqrt{x^2+1} + \left(\int_1^x \sqrt{t^2+1} dt \right) \cdot 1$
(product rule)