

1. กำหนด $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & , x \geq 1 \\ x^2 & , x < 1 \end{cases}$

1.1 จงหา $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(1+\Delta x) - f(1)}{\Delta x}$

1.2 จงหา $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{f(1+\Delta x) - f(1)}{\Delta x}$

1.3 จงพิจารณาว่า $f'(1)$ หาค่าได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

1.4 จงหา $f'(4) = \dots\dots\dots$

2. เมื่อนำอาหารไปแช่ไว้ที่ช่องแข็ง หลังจากเวลาผ่านไป t ชั่วโมง พบว่าอุณหภูมิ T (องศาเซลเซียส) ของอาหารมีความสัมพันธ์กับเวลาที่แช่แข็ง t ชั่วโมง กำหนดโดย

$$T(t) = 65 - 11t + \frac{4}{t} \quad \text{สำหรับ } 1 \leq t \leq 5$$

จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิของอาหารเทียบกับเวลาเมื่อเวลา $t = 1$ ชั่วโมง

3. จงหาสมการของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง $y = 2e^{(1-x)}$ เมื่อ $x = 1$

4. จงใช้ การประมาณเชิงเส้น ประมาณค่าของ $2^{1.1}$ เมื่อกำหนดให้ $\ln 2 = 0.69$ ต้องการทศนิยม 3 ตำแหน่ง

5. โรงงานผลิตดรัมทรงกลม ได้คำนวณว่าเครื่องจักรจะผลิตดรัมที่มีรัศมี (r) 3 เซนติเมตร โดยมีความคลาดเคลื่อนของรัศมีอย่างมาก 0.02 เซนติเมตร เนื่องจากน้ำหนักรวมของดรัมทรงกลมแต่ละลูกต้องใกล้เคียงกัน ดังนั้นจึง

จำเป็นต้องควบคุมปริมาตร (V) ของดรัมทรงกลมไว้ จงใช้ดิฟเฟอเรนเชียลหาว่า ค่าคลาดเคลื่อนของปริมาตรจะ

มากที่สุดที่เท่าใด กำหนดให้ ปริมาตรทรงกลม $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

6. กำหนดให้ $f(x) = x^2 + \sin(-2x)$ จงหา

6.1 $f'(x) = \dots\dots\dots$

6.2 $f''(x) = \dots\dots\dots$

6.3 $\frac{d^3y}{dx^3} \Big|_{x=0} = \dots\dots\dots$

7. จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้

7.1 $y = (x^2 + \sqrt{3x})(e^{2x})$

7.2 $y = \frac{\ln(3x+1)}{\cos(3x+1)}$

7.3 $y = \log_2(x^5 - 2x + 3) + \sec(2^x - 1)$

7.4 $y = \arccos\left(\frac{1}{2x+1}\right)$

7.5 $y = (\tan(e^x + \pi))^{10}$

8. กำหนดให้ $y = \frac{(x^2+1)^{\sin x}}{\ln(x)}$ จงหา $\frac{dy}{dx}$ โดยใช้สมบัติของลอการิทึมฐาน e

9. กำหนดสมการ $\sqrt{2x+y+1} = y \sin x$ จงหา $\frac{dy}{dx}$

10. จงเติมคำตอบของลิมิตต่อไปนี้ ในกรณีที่ลิมิตไม่ใช่จำนวนจริง ให้บอกว่าลิมิตเป็น $+\infty$ หรือ $-\infty$ หรือเหตุผลอื่นๆ

10.1 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 3x - 1}{3 - 2x^2} = \dots\dots\dots$

10.2 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + x^2}{5 - 3 \sin x} = \dots\dots\dots$

10.3 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(3 - \frac{1}{x} + \ln x\right) = \dots\dots\dots$

11. จงหาลิมิต $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{x^2}$

12. จงหาลิมิต $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 e^{\frac{1}{x^2}}$

13. จงหาลิมิต $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1 - 3x)^{\frac{1}{x}}$

14. กำหนดฟังก์ชัน $f(x) = \ln(2x + 1)$

ก. จงหาพหุนาม แมคลอรินอันดับที่ 4 ของ $f(x)$

ข. จงหาอนุกรมแมคลอรินของฟังก์ชัน $f(x)$ โดยเขียนรูปทั่วไปของพจน์ที่ n

ค. จงหาค่าประมาณของ $\ln(1.2) = f(0.1)$

โดยใช้พหุนามแมคลอรินอันดับที่ 3 ของ $f(x)$ (ต้องการทศนิยม 4 ตำแหน่ง)

15. กำหนด $f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 3$

จงหาค่า x ที่ทำให้เกิดจุดวิกฤต และจงหาค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ของ $f(x)$

16. กำหนดให้ $f(x) = 2\sin x - \cos x$

16.1 จงใช้ทฤษฎีบทค่าระหว่างกลาง แสดงว่ารากของสมการ $f(x) = 0$ อยู่ในช่วง $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

16.2 จงใช้วิธีของนิวตัน โดยเลือก $x_0 = \frac{\pi}{4}$ เพื่อหาคำตอบ x_1 ของ $f(x) = 0$