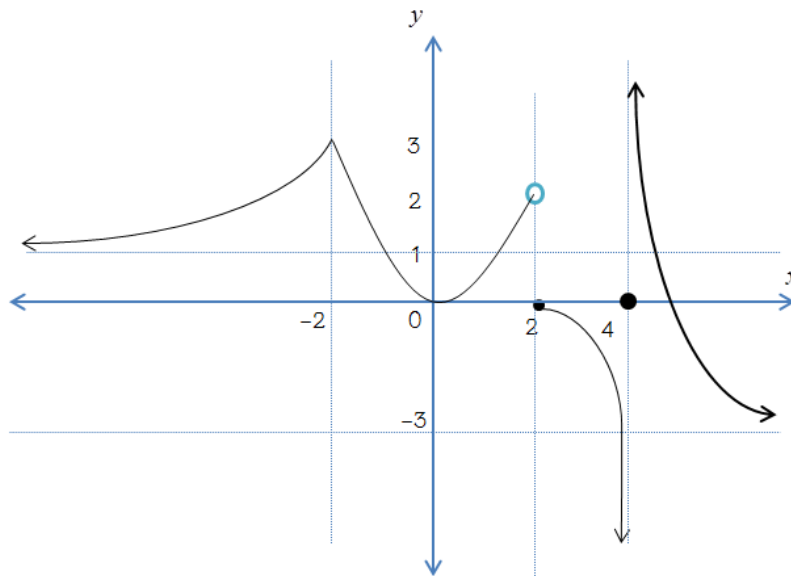


Use the following picture to answer Question 1 and 2. ใช้รูปต่อไปนี้ในการตอบคำถามข้อ 1 และ 2



ข้อ 1 For the function f graphed in the figure, find the following limits if they exist. In the case when any limit is infinity, indicate the limit as $+\infty$ or $-\infty$.

จากกราฟของฟังก์ชัน f ที่กำหนดให้ จงหาค่าของลิมิตต่อไปนี้ ถ้าลิมิตหาค่าได้ ในกรณีที่ลิมิตเป็น $+\infty$ หรือ $-\infty$ ให้ระบุด้วย

1.1 $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) =$ _____

1.2 $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) =$ _____

1.3 $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) =$ _____

1.4 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$ _____

1.5 $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) =$ _____

1.6 $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) =$ _____

1.7 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$ _____

1.8 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$ _____

ข้อ 2 For the function f graphed in the figure, find จากกราฟของฟังก์ชัน f ที่กำหนดให้ จงหา

2.1 all values x where f is not continuous,
ค่า x ทั้งหมดที่ f ไม่ต่อเนื่อง _____

2.2 all values x where $f'(x) = 0$,
ค่า x ทั้งหมดที่ $f'(x) = 0$ _____

2.3 all values x where f is continuous but not differentiable,
ค่า x ทั้งหมดที่ f ต่อเนื่องแต่หาอนุพันธ์ไม่ได้ _____

2.4 all values x where f is differentiable but not continuous,
ค่า x ทั้งหมดที่ f หาอนุพันธ์ได้แต่ไม่ต่อเนื่อง _____

2.5 vertical asymptotes.
เส้นกำกับแนวตั้ง _____

ข้อ 3 Find the following limits if they exist. In the case when any limit is infinity, indicate the limit as $+\infty$ or $-\infty$.

จงหาค่าของลิมิตต่อไปนี้ ถ้าลิมิตหาค่าได้ ในกรณีที่ลิมิตเป็น $+\infty$ หรือ $-\infty$ ให้ระบุด้วย

3.1 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{(x + 2)(x - 5)} =$ _____

3.2 $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos x}{2\pi - x} =$ _____

3.3 $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-3}{|x - 3|} =$ _____

3.4 $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x + 2|}{x + 2} =$ _____

3.5 $\lim_{t \rightarrow 9} \frac{9 - t}{3 - \sqrt{t}} =$ _____

3.6 $\lim_{x \rightarrow -\infty} (1 + 2x - 3x^2 + 4x^3 - 5x^5) =$ _____

3.7 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 - e}{\ln x} =$ _____

3.8 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 3}{\sqrt{9x^6 + x}} =$ _____

ข้อ 4 Let f and g be functions such that $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1} f'(x) = 4$ and $\lim_{x \rightarrow 1} g'(x) = 2$.

ให้ f และ g เป็นฟังก์ชันซึ่ง $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1} f'(x) = 4$ และ $\lim_{x \rightarrow 1} g'(x) = 2$

Find the limits. จงหาลิมิต

4.1 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{111}{g(x)} =$ _____

4.2 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x)}{f(x)} =$ _____

ข้อ 5 Indicate the type of an indeterminate form of the following limit. Also, evaluate the given limit.

จงระบุว่าลิมิตต่อไปนี้ขึ้นอยู่กับรูปแบบยังไม่กำหนดชนิดใด และแสดงวิธีหาลิมิต

5.1 $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} (\tan x - \sec x)$

5.2 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x} + 1\right)^{2x}$

ข้อ 6 Use Intermediate-Value Theorem to show that there exists $x \in [0, 2]$ such that $x^5 + 3x^2 = 1$.

จงใช้ทฤษฎีบทค่าระหว่างกลาง แสดงว่ามี $x \in [0, 2]$ ซึ่ง $x^5 + 3x^2 = 1$

ข้อ 7 Let f be a function defined by

ให้ f เป็นฟังก์ชันที่นิยามโดย

$$f(x) = |x - 1|^{\frac{4}{3}}$$

7.1 Compute $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{f(1 + \Delta x) - f(1)}{\Delta x}$. จงแสดงวิธีหาค่า $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{f(1 + \Delta x) - f(1)}{\Delta x}$

7.2 Is f differentiable at $x = 1$? Explain your reasons to support the answer.

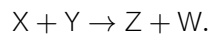
f หาอนุพันธ์ได้ที่ $x = 1$ หรือไม่ จงอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบ

7.3 Find the equation of the tangent line of f at the point $(2, 1)$. (You are allowed to use the derivative formula in the computation.)

จงหาสมการเส้นสัมผัสของเส้นโค้ง f ที่จุด $(2, 1)$ (อนุญาตให้ใช้สูตรอนุพันธ์ในการคำนวณได้)

ข้อ 8 In the chemical reaction consisting of the reactants X, Y and products Z, W, determined by the chemical equation:

ในปฏิกิริยาเคมีที่ประกอบด้วยสารตั้งต้น X, Y และผลิตภัณฑ์ Z, W ซึ่งกำหนดตามสมการเคมี



Suppose that $f(t)$ and $g(t)$ are functions of the concentration of the X and Z (molar: M) at the time t (second: s), respectively which are defined by $f(t) = \frac{1}{2}e^{-4t}$ and $g(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}e^{-4t} + 2t$.

สมมติให้ $f(t)$ และ $g(t)$ เป็นฟังก์ชันของความเข้มข้น (หน่วยเป็นโมลาร์ M) ของสาร X และ Z ณ เวลา t (หน่วยเป็นวินาที s) ซึ่งกำหนดโดย $f(t) = \frac{1}{2}e^{-4t}$ และ $g(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}e^{-4t} + 2t$

8.1 Find the average rate of change of the concentration of the reactant X from $t = 1$ to $t = 2$, and interpret the meaning of the answer. (Leave your answer in term of e .)

จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงความเข้มข้นเฉลี่ยของสารตั้งต้น X จาก $t = 1$ ถึง $t = 2$ พร้อมอธิบายความหมาย (ตอบติดค่า e)

8.2 Find the instantaneous rate of change of the concentration of the product Z at the time $t = 3$, and interpret the meaning of the answer. (Leave your answer in term of e .)

จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงความเข้มข้นของสารผลิตภัณฑ์ Z ณ เวลา $t = 3$ วินาที พร้อมอธิบายความหมาย (ตอบติดค่า e)

ข้อ 9 Find $\frac{dy}{dx}$ of the following functions. จงหา $\frac{dy}{dx}$ ของฟังก์ชันต่อไปนี้

9.1 $y = \tan^{-1} x + \pi^2 + \ln \pi$

9.2 $y = (3x^5 + 2x - 4)^{111}$

9.3 $y = 3x^2 \cdot \cos x$

9.4 $y = \frac{\log_8 x}{3^x}$

9.5 $y = \ln[\operatorname{cosec}(3x + 4)]$

ข้อ 10 Let f be a differentiable function and $g(x) = e^{f(x)}$. ให้ f เป็นฟังก์ชันซึ่งหาอนุพันธ์ได้ และ $g(x) = e^{f(x)}$

10.1 Find $g'(x)$. จงหา $g'(x)$

10.2 Let $f(x) = x^2$. Find $g'(8)$. ให้ $f(x) = x^2$ จงหา $g'(8)$

ข้อ 11 Given $u(v) = e^v$, $v(s) = \ln s$, $s(t) = t^2$ and $t(w) = -|w|$.

กำหนด $u(v) = e^v$, $v(s) = \ln s$, $s(t) = t^2$ และ $t(w) = -|w|$

11.1 Find $\frac{du}{dt}$. จงหา $\frac{du}{dt}$

11.2 Find $\left. \frac{du}{dt} \right|_{w=1}$. จงหา $\left. \frac{du}{dt} \right|_{w=1}$

ข้อ 12 The number of board feet of lumber in a log that is 10 feet long is given by the formula

$$N = \frac{10(D - 4)^2}{16}$$

pieces, where D is the diameter of the tree in inches. In a tree that will produce a 10 foot log and has a current diameter of 24 inches, the diameter is changing at a rate of 3 inches per year. How fast is the number of board feet increasing?

จำนวนแผ่นของไม้กระดานยาว 10 ฟุต ที่จะผลิตได้จากท่อนซุง คำนวณได้จากสูตรต่อไปนี้

$$N = \frac{10(D - 4)^2}{16}$$

โดยที่ D แทนความยาวเส้นผ่านศูนย์กลางของต้นไม้ในหน่วยนิ้ว ปัจจุบันต้นไม้สำหรับทำไม้กระดานยาว 10 ฟุตต้นหนึ่ง มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 24 นิ้ว และ เส้นผ่านศูนย์กลางเพิ่มขึ้นด้วยอัตรา 3 นิ้วต่อปี จำนวนแผ่นของไม้กระดานที่ผลิตได้จะเพิ่มขึ้นด้วยอัตราเท่าใด?

ข้อ 13 Use logarithmic differentiation to find the derivative of the given function.

จงใช้การหาอนุพันธ์โดยลอการิทึมในการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่กำหนด

$$y = (2x)^{x^2}$$

ข้อ 14 For the given equation, find $\frac{dy}{dx}$ by implicit differentiation.

จงใช้การหาอนุพันธ์โดยปริยายในการหา $\frac{dy}{dx}$ ของสมการที่กำหนด

$$4 + xe^y = 2y + 5x$$

ข้อ 15 Given $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$, find $\frac{d^2y}{dx^2}$. กำหนด $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$ จงหา $\frac{d^2y}{dx^2}$

ข้อ 16 Prove the given formula. จงพิสูจน์สูตรที่กำหนด

$$\frac{d}{dx}(\sin^{-1}(3x)) = \frac{3}{\sqrt{1 - 9x^2}}$$

ข้อ 17 Find the third derivative of y . จงหาอนุพันธ์อันดับสามของ y

$$y = 3^x + \ln(3^e) + \cos^3\left(\frac{\pi}{3}\right) + x^{-3} + \tan^{-1}(e^3)$$

ข้อ 18 Let $y = x \sin 2x$. If $dy = (g(x) + 2x \cos 2x)dx$, find $g(\pi)$.

ให้ $y = x \sin 2x$ ถ้า $dy = (g(x) + 2x \cos 2x)dx$ จงหา $g(\pi)$

ข้อ 19 Use the local linear approximation to approximate $\sqrt[3]{27.3}$.

จงประมาณค่า $\sqrt[3]{27.3}$ โดยใช้การประมาณเชิงเส้นเฉพาะที่

ข้อ 20 A circular wood clock is made out of wood with radius of 12 inches. Estimate the maximum error of area of the circular clock if the measurement error is at most $\pm \frac{1}{8}$ inches.

นาฬิกาไม้วงกลมสร้างจากไม้ที่มีรัศมี 12 นิ้ว จงประมาณค่าผิดพลาดสูงสุดของพื้นที่ของนาฬิกาไม้นี้ ถ้าค่าผิดพลาดที่เกิดจากการวัดรัศมี คือ $\pm \frac{1}{8}$ นิ้ว

ข้อ 21 Show how to find the dimensions of the box (with top and bottom) having square base with volume of 8 cubic centimeters and the minimal surface area.

จงแสดงวิธีในการหาขนาดของกล่อง (มีฝาด้านบนและล่าง) ฐานรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ที่มีปริมาตร 8 ลูกบาศก์เซนติเมตร และมีพื้นที่ผิวน้อยที่สุด

ข้อ 22 The first - and the second-order derivatives of a function f are given by
อนุพันธ์อันดับที่หนึ่งและอันดับที่สองของฟังก์ชัน f คือ

$$f'(x) = x^2(x - 1)(x + 1) \text{ and } f''(x) = 2x(\sqrt{2}x - 1)(\sqrt{2}x + 1).$$

Answer the following questions. จงตอบคำถามต่อไปนี้

22.1 Critical points of f are.

จุดวิกฤติทั้งหมดของ f คือ _____

22.2 On which intervals is f increasing/ decreasing? บนช่วงใดที่ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม/ ลด

Intervals of increase (เพิ่ม): _____ Intervals of decrease (ลด): _____

22.3 On which intervals is f concave up/ down? บนช่วงใดที่ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันเว้าขึ้น/ ลง

Concave up intervals (เว้าขึ้น): _____

Concave down intervals (เว้าลง): _____

22.4 At which values of x does f have relative maxima/ minima? จงหาค่า x ที่ทำให้ f มีค่าสูงสุด/ ต่ำสุดสัมพัทธ์

Relative max at (สูงสุด): _____ Relative min at (ต่ำสุด): _____

22.5 Find inflection points of f if they exist. จงหาค่า x ที่ทำให้เกิดจุดเปลี่ยนเว้าของ f (ถ้ามี)

22.6 Find the value of x where f has the absolute maximum on the interval $[1, 3]$. จงหาค่า x ที่ทำให้เกิดค่าสูงสุด

สัมบูรณ์ f บนช่วง $[1, 3]$

ข้อ 23 Sketch the graph of $y = f(x)$ from the following information.

จงวาดกราฟของ $y = f(x)$ จากข้อมูลต่อไปนี้

(i) $f(0) = 1, f(2) = -1$

(ii) Domain of โดเมนของ f : $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$

(iii) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$

(iv) $x = 1$ is a vertical asymptote
 $x = 1$ เป็นเส้นกำกับแนวตั้งของกราฟ

(v) f has no critical points.
 f ไม่มีจุดวิกฤติ

(vi) f is always concave up
กราฟของ f เว้าขึ้นทุกที่บนโดเมน

