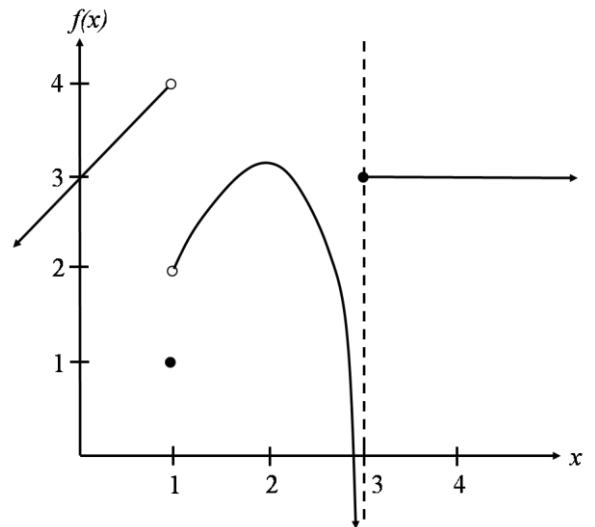


1. From the given graph of the function f , find the following limits.

จากกราฟของฟังก์ชัน f ที่กำหนดให้ จงหาขีดจำกัดต่อไปนี้

- a) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \dots\dots\dots$
- b) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \dots\dots\dots$
- c) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \dots\dots\dots$
- d) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \dots\dots\dots$
- e) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \dots\dots\dots$
- f) $\lim_{x \rightarrow 4} [x + (f(x))^2] = \dots\dots\dots$



2. Find the following limits. จงหาขีดจำกัดต่อไปนี้

- a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(x+3)(x-2)}{x(x-0.0001)} = \dots\dots\dots$
- b) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x-9}{\sqrt{x}-3} = \dots\dots\dots$

3. The values of x (if any) where the function $f(x) = \frac{3x-4}{x^2-7x+12}$ is discontinuous are

ค่า x (ถ้ามี) ที่ทำให้ฟังก์ชัน $f(x) = \frac{3x-4}{x^2-7x+12}$ ไม่ต่อเนื่อง คือ $x = \dots\dots\dots$

4. Consider the function พิจารณาฟังก์ชัน

$$g(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ 5x-1, & 1 < x < 2 \\ 9, & x \geq 2 \end{cases}$$

- a) Show that g is continuous at $x=2$. จงแสดงว่า g ต่อเนื่องที่ $x=2$
- b) Is g continuous on the interval $[1,2]$? Justify your answer.

g ต่อเนื่องบนช่วง $[1,2]$ หรือไม่ **เพราะเหตุใด**

5. Suppose that a function f is continuous everywhere and that $f(-1) = -2$, $f(0) = 3$, and $f(2) = 7$. Does the Intermediate-Value Theorem guarantee that the equation $f(x) = 5$ has an answer on the following intervals? สมมติ f เป็นฟังก์ชันที่

ต่อเนื่องทุกจุด โดยที่ $f(-1) = -2$ $f(0) = 3$ และ $f(2) = 7$ จงระบุว่าทฤษฎีบท

ค่าระหว่างกลางสามารถสรุปได้ว่ามีคำตอบของสมการ $f(x) = 5$ อยู่ในช่วงต่อไปนี้หรือไม่

- a) $[-1,0]$ สรุป.....(ได้/ไม่ได้) เพราะ.....
- b) $[0,2]$ สรุป.....(ได้/ไม่ได้) เพราะ.....

6. Let f be a function defined by

ให้ f เป็นฟังก์ชันที่นิยามโดย

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ ax+b, & x > 1 \end{cases}$$

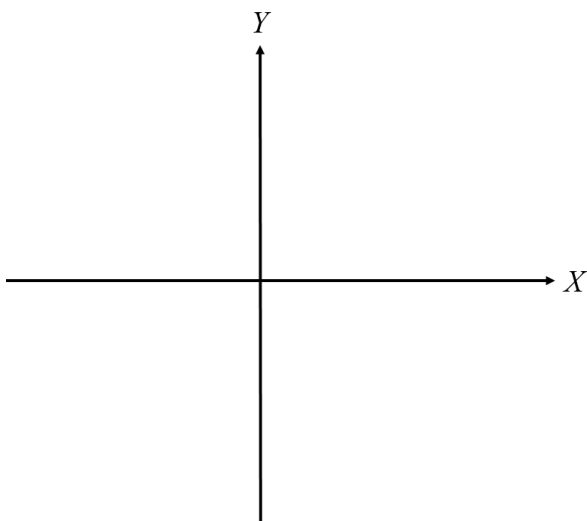
a) Find a condition on a and b such that f is continuous at $x=1$.

จงหาเงื่อนไขของ a และ b ที่ทำให้ f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x=1$

b) If f is differentiable at $x=1$, find a and b . ถ้า f สามารถหาอนุพันธ์ได้ที่ $x=1$ จงหาค่าของ a และ b

7. Sketch the graph of a function that is continuous everywhere, but not differentiable at $x = 1$.

Give a reason why your answer works. จงวาดกราฟของฟังก์ชันซึ่งต่อเนื่องที่ทุกจุด แต่ไม่สามารถหาอนุพันธ์ได้ที่ $x = 1$ พร้อมให้เหตุผลประกอบ



Reason เหตุผล.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

8. Let f be a function given by ให้ f เป็นฟังก์ชันที่นิยามโดย

$$f(x) = -2x^5 - 3x^4 + 11x^3 + 16x^2 - x - 17$$

Find จงหา

a) $f'(x)$

b) $\left. \frac{d^5 f}{dx^5} \right|_{x=206111}$

c) an equation of the tangent line to the curve of $y = f(x)$ at $x = -1$.

จงหาสมการเส้นสัมผัสเส้นโค้ง $y = f(x)$ ที่ $x = -1$

9. Find $\frac{dy}{dx}$ of the following functions. จงหา $\frac{dy}{dx}$ ของฟังก์ชันต่อไปนี้

a) $y = x \sin \sqrt{x}$

b) $y = \tan^{99}(99x)$

c) $y = \pi^e - 2016e^x + \frac{\log_{59} x}{25} - \cos^{-1} x$

10. Let f and g be differentiable functions such that $f(2) = 1$, $g(2) = 2$, $f'(2) = 3$ and $g'(2) = 4$. กำหนดให้ f และ g เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้ โดยที่ $f(2) = 1$ $g(2) = 2$ $f'(2) = 3$ และ $g'(2) = 4$

a) Find จงหา $\left(\frac{f}{g} \right)'(2)$

b) If $h(x) = \sin(f(x) - 1)$, then find $h'(2)$. ถ้า $h(x) = \sin(f(x) - 1)$ จงหา $h'(2)$

11. Use implicit differentiation to find $\frac{dy}{dx}$ if $x \sin^{-1} y = (111)^x$.

จงใช้อนุพันธ์โดยปริยายหา $\frac{dy}{dx}$ ถ้า $x \sin^{-1} y = (111)^x$

12. Given $f(x) = x^{\ln x}$, find $f'(x)$ by using logarithmic differentiation.

กำหนดให้ $f(x) = x^{\ln x}$ จงหา $f'(x)$ โดยใช้ลอการิทึม

13. Derive the following formula.

จงแสดงที่มาของสูตรต่อไปนี้ $\frac{d}{dx} [\tan^{-1}(x^2)] = \frac{2x}{1+x^4}$

14. A particle is moving along the curve $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{8} = 1$, where x and y are differentiable functions of time t . Find the rate of change of y with respect to time at the point $(1, 2)$ when x is **decreasing** at a rate of 1 unit/second.

อนุภาคหนึ่งกำลังเคลื่อนที่ตามเส้นโค้ง $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{8} = 1$, โดยที่ x และ y เป็นฟังก์ชันของเวลา t ที่หาอนุพันธ์ได้ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับเวลา ที่จุด $(1, 2)$ เมื่อ x กำลังลดลงด้วยอัตรา 1 หน่วยต่อวินาที

15. Use an appropriate local linear approximation to estimate the value of $10^{3.05}$, given $\ln 10 = 2.30$.

จงใช้การประมาณเชิงเส้นที่เหมาะสมในการประมาณค่าของ $10^{3.05}$ (ในการคำนวณให้ใช้ $\ln 10 = 2.30$)

16. The length L of a pendulum and its period T are related by the equation

ความยาวเชือกของเพนดูลัม L และคาบของเพนดูลัม T สัมพันธ์กันตามสมการ

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

where g is a constant due to gravity. โดยที่ g เป็นค่าคงตัวอันเนื่องมาจากความถ่วง

a) The differential of T with respect to L is

ดิฟเฟอเรนเชียลของ T เมื่อเทียบกับ L คือ.....

b) If the length of the pendulum is measured as 90 cm with an error of ± 0.3 cm, estimate the error in computation of the period of the pendulum, given $\pi = 3.14$ and $g = 10$.

ถ้าวัดความยาวเชือกของเพนดูลัมได้ 90 เซนติเมตร ด้วยค่าความผิดพลาด ± 0.3 เซนติเมตร จงประมาณค่าความผิดพลาดในการคำนวณคาบของเพนดูลัม (ในการคำนวณให้ใช้ $\pi = 3.14$ และ $g = 10$)

17. Find the following limits if they exist. In the case when any limit is infinity, indicate the limit as ∞ or $-\infty$ จงหาค่าของลิมิตต่อไปนี้ ถ้าลิมิตหาค่าได้ ในกรณีที่ลิมิตเป็น ∞ หรือ $-\infty$ ให้ระบุด้วย

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^5 + 3x^3 - 2x^2 + 10)$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{1 - e^x}$

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 8}}{x + \pi}$

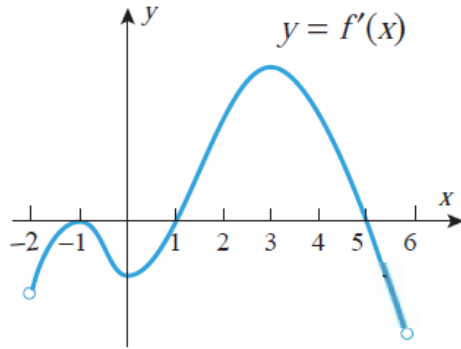
18. Indicate the type of an indeterminate form of the following limit. Also, find the limit.

จงระบุว่าลิมิตต่อไปนี้อยู่ในรูปแบบยังไม่กำหนดชนิดใด และแสดงวิธีหาลิมิต

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{e^x}{\sin x} - \operatorname{cosec} x \right)$$

19. The picture shows the graph of the **derivatives** $f'(x)$ of a function f on $[-2, 6]$.

ภาพแสดง **กราฟของอนุพันธ์** $f'(x)$ ของฟังก์ชัน f บนช่วงปิด $[-2, 6]$



Find จงหา

a) the intervals on which f is increasing.

ช่วงที่ f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

b) the intervals on which f is concave down.

ช่วงที่ f เว้าลง

c) all the values of x at which f has an inflection point.

ค่า x ทั้งหมดที่ทำให้เกิดจุดเปลี่ยนเว้า

d) all the values of x at which f has a relative extremum.

ค่า x ทั้งหมดที่ทำให้เกิดจุดสุดขีดสัมพัทธ์

20. Assume that $y = f(x)$ is differentiable everywhere. Determine whether the following statements are true or false. Explain your reasons. กำหนดให้ $y = f(x)$ เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้ทุกจุด จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ พร้อมทั้งอธิบายเหตุผล

a) If $f'(x) < 0$ on $(2, 4)$, then $f(2) > f(3) > f(4)$. ถ้า $f'(x) < 0$ บนช่วง $(2, 4)$ แล้ว $f(2) > f(3) > f(4)$

b) If $f'(3) > 0$, then f is increasing on $(2, 4)$. ถ้า $f'(3) > 0$ แล้ว f เป็นฟังก์ชันเพิ่มบนช่วง $(2, 4)$

21. Find the value of k for which the critical points of $f(x) = x^3 - kx + 5$ are -2 and 2 .

จงหาค่า k ที่ทำให้ค่าวิกฤตของฟังก์ชัน $f(x) = x^3 - kx + 5$ คือ -2 และ 2

22. A function f has the derivative

ฟังก์ชัน f มีอนุพันธ์คือ

$$f'(x) = (x-1)^2(x+2)$$

Answer the following questions. จงตอบคำถามต่อไปนี้

a) Determine the critical point of f . จงหาค่าวิกฤตของ f

b) Find the intervals on which f is decreasing. จงหาช่วงที่ f เป็นฟังก์ชันลด

c) Find the intervals on which f is concave up. จงหาช่วงที่กราฟของ f โค้งหงาย (เว้าขึ้น)

d) At each critical point determine whether f has a relative maximum, relative minimum, or neither occurs.

จงทดสอบค่าวิกฤตที่ได้จากข้อ a) ว่าทำให้ f มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์หรือค่าต่ำสุดสัมพัทธ์หรือไม่

23. You want to fence a rectangular piece of land and can afford to pay at most 8,000฿ for the fencing. Along an adjoining road it will cost 120฿ per meter while the other three sides will cost only 80฿ per meter. What are the dimensions of the **largest** piece of land you can fence this way?

ต้องการล้อมรั้วรอบบริเวณสี่เหลี่ยมผืนผ้าและสามารถจ่ายเงินค่าล้อมรั้วได้อย่างมาก 8,000 บาท การล้อมรั้วด้านที่ติดถนนเสียค่าใช้จ่าย 120 บาทต่อเมตร และอีกสามด้านที่ไม่ติดถนนจะเสียค่าใช้จ่าย 80 บาทต่อเมตร จงหาขนาดของบริเวณสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีพื้นที่**มากที่สุด**ที่สามารถล้อมรั้วได้

24. จงเขียนกราฟของฟังก์ชัน f เมื่อ f มีสมบัติดังนี้

f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบน $\mathbb{R} - 2$ และ f หาอนุพันธ์ได้บน $\mathbb{R} - 2, 5$

เส้นกำกับแนวนอน (horizontal asymptote) ของกราฟของ f คือ $y = 1$

เส้นกำกับแนวตั้ง (vertical asymptote) ของกราฟของ f คือ $x = 2$

$$f(1) = 2, \quad f(3) = 1, \quad f(5) = 0, \quad f'(1) = 0, \quad f'(3) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$$

x	เครื่องหมายของ f'	เครื่องหมายของ f''
$x < 1$	+	-
$1 < x < 2$	-	-
$2 < x < 3$	-	+
$3 < x < 5$	-	-
$x > 5$	+	-

