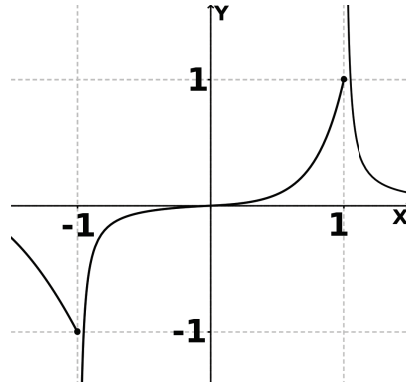


1. From the graph of function  $y = f(x)$  in the figure below, find the following limits.  
จากกราฟของฟังก์ชัน  $y = f(x)$  ที่กำหนดให้ จงหาค่าของลิมิตต่อไปนี้



$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) &= \dots\dots\dots & \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) &= \dots\dots\dots \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= \dots\dots\dots & \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \dots\dots\dots \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= \dots\dots\dots & \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

2. Compute the following limits. จงคำนวณหาค่าลิมิตต่อไปนี้

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \left[ \frac{x-3}{(x-1)(x-2)^2} \right] = \dots\dots\dots$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \left[ \frac{x-3}{(x-1)(x-2)^2} \right] = \dots\dots\dots$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{x-1}{(x-3)(x-2)^2} \right] = \dots\dots\dots$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{x+1}{(x-3)(x-2)^2} \right] = \dots\dots\dots$$

3. Is the following function continuous at  $x = 2$ ? ฟังก์ชันต่อไปนี้ ต่อเนื่องที่  $x = 2$  หรือไม่

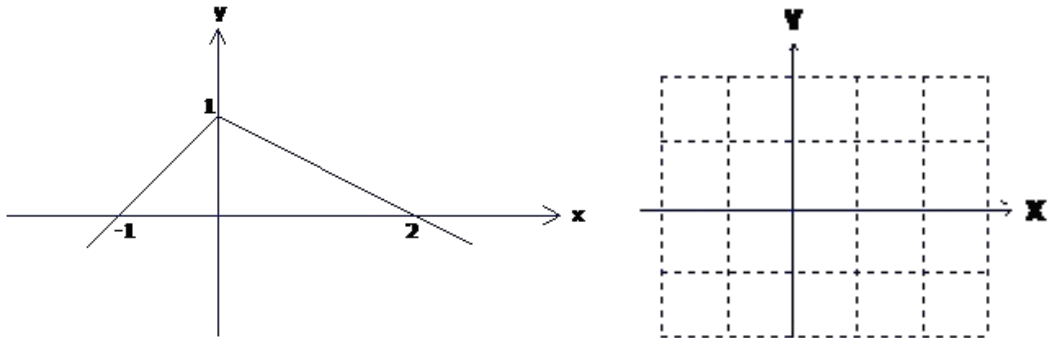
$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+2} & , x < 2 \\ 2 & , x = 2 \\ x^2 - 2 & , x > 2 \end{cases}$$

4. Let  $y = 2x + 5$  be the equation of the tangent line of function  $y = f(x)$  at  $x = 2$ . Then  $f(2) = \dots\dots\dots$  and  $f'(2) = \dots\dots\dots$ .

กำหนดให้  $y = 2x + 5$  คือสมการเส้นสัมผัสของฟังก์ชัน  $y = f(x)$  ที่  $x = 2$   
 จะได้ว่า ค่าของ  $f(2) = \dots\dots\dots$  และค่าของ  $f'(2) = \dots\dots\dots$

5. Given the graph of  $y = f(x)$  below, plot the graph of  $f'(x)$  on interval  $[-1, 2]$ .

กำหนดให้  $y = f(x)$  มีกราฟดังรูปด้านล่าง จงเขียนกราฟของ  $f'(x)$  บนช่วง  $[-1, 2]$



6. Given  $f(x) = 4x^2 + 1$ , find  $f'(x)$  using the definition of derivative.

กำหนดให้  $f(x) = 4x^2 + 1$  จงหา  $f'(x)$  โดยใช้นิยาม

7. Let  $f(x) = |x - 6|$ . Give an explanation whether  $f'(6)$  exists.

กำหนดให้  $f(x) = |x - 6|$  จงพิจารณาว่า  $f'(6)$  หาค่าได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

8. Find point(s) that a horizontal tangent line of the graph  $x^2 + xy + y^2 = 3$  intersects the line  $y = -3x$ . จงหาจุดที่เส้นสัมผัสกราฟแนวนอนของกราฟ  $x^2 + xy + y^2 = 3$  ตัดกับเส้นตรง  $y = -3x$

9. Use a derivative to evaluate  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos(\pi + h) + 1}{h}$ .

จงใช้อนุพันธ์ในการหาค่า  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos(\pi + h) + 1}{h}$

10. Given  $f(x) = \tan^{-1} x$ , derive the formula  $\frac{d}{dx} \tan^{-1} x = \frac{1}{1 + x^2}$ .

กำหนดให้  $f(x) = \tan^{-1} x$  จงแสดงที่มาของสูตร  $\frac{d}{dx} \tan^{-1} x = \frac{1}{1 + x^2}$

11. Find  $f'(x)$  of the following functions. จงหา  $f'(x)$  ของฟังก์ชันต่อไปนี้

11.1.  $f(x) = \frac{5 + \sin x}{3e^x}$

11.2.  $f(x) = \sqrt{x^3 + \tan x}$

11.3.  $f(x) = \ln\left(\frac{2x}{3}\right)$

11.4.  $f(x) = x^{\ln x}$

11.5.  $f(x) = \cos^{-1}(1/x)$

12. Given  $y = xe^x$ , find  $\frac{d^2y}{dx^2}\bigg|_{x=0}$ . กำหนดให้  $y = xe^x$  จงหา  $\frac{d^2y}{dx^2}\bigg|_{x=0}$

13. Suppose a right circular cylinder's radius ( $r$ ) is increasing at the rate of 3 cm/sec while its height ( $h$ ) is decreasing at the rate of 5 cm/sec. How fast is the cylinder's volume ( $V$ ) changing when its radius is 10 cm and its height is 20 cm? [ $V = \pi r^2 h$ ]

สมมติให้ รัศมีของทรงกระบอกกลมตรงกำลังเพิ่มขึ้น 3 เซนติเมตรต่อวินาที ในขณะที่ความสูงกำลังลดลงด้วยอัตรา 5 เซนติเมตรต่อวินาที ปริมาตรของทรงกระบอกเปลี่ยนแปลงอย่างไรเมื่อทรงกระบอกมีรัศมี 10 เซนติเมตร และความสูง 20 เซนติเมตร [ $V = \pi r^2 h$ ]

14. Use an appropriate local linear approximation to estimate the value of  $(9.98)^3$ .

จงใช้การประมาณเชิงเส้นเฉพาะที่ที่เหมาะสมในการประมาณค่าของ  $(9.98)^3$

15. The side of a cube is measured with percentage error within  $\pm 0.5\%$ . Use differentials to estimate the percentage error in the calculated volume.

ในการวัดด้านของลูกบาศก์ มีค่าผิดพลาดจากการวัดไม่เกิน  $\pm 0.5\%$  จงใช้ดิฟเฟอเรนเชียลในการประมาณค่าผิดพลาดร้อยละในการคำนวณปริมาตรของลูกบาศก์

16. Fill in the blank with the correct answer.

จงเติมตอบลงในช่องว่าง

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} -3x^5 - 4x^4 - x^3 + 7x = \dots\dots\dots$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{13x^2 + 2}}{x - 11} = \dots\dots\dots$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2 + 8}{2x^2 - 4} = \dots\dots\dots$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 14} - x = \dots\dots\dots$$

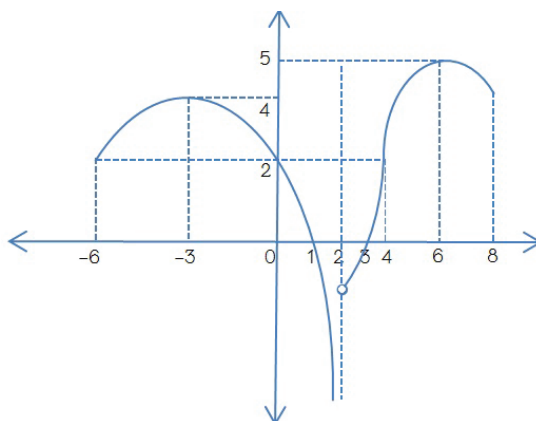
17. Evaluate the given limit. จงแสดงวิธีการหาค่าลิมิต

17.1  $\lim_{x \rightarrow 0^+} 3x \ln 5x$

17.2  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x}$

17.3  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + e^x)^{5/x}$

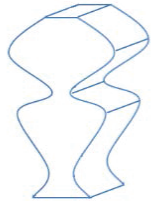
18. กำหนดกราฟของอนุพันธ์ของ  $f(x)$  นั่นคือกราฟของ  $f'(x)$  ดังนี้



จงหา

- ช่วงเปิดที่  $f$  เป็นฟังก์ชันเพิ่ม .....
- ช่วงเปิดที่  $f$  เป็นฟังก์ชันลด .....
- ค่า  $x$  ที่ทำให้เกิดจุดสูงสุดสัมพัทธ์ .....
- ค่า  $x$  ที่ทำให้เกิดจุดต่ำสุดสัมพัทธ์ .....
- ช่วงเปิดที่  $f$  เป็นโค้งหงาย .....
- ช่วงเปิดที่  $f$  เป็นโค้งคว่ำ .....
- ค่า  $x$  ของจุดเปลี่ยนเว้าทั้งหมด .....

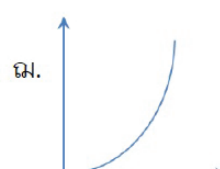
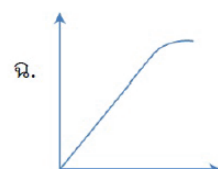
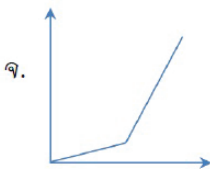
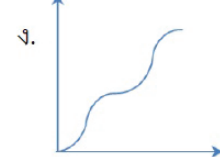
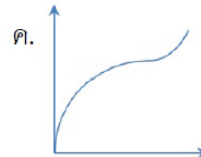
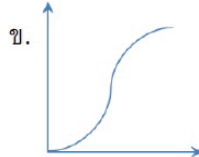
19. สมมติเทน้ำใส่ภาชนะดังรูปในแต่ละข้อต่อไปนี้ด้วยอัตราคงที่ จงจับคู่กราฟของความสูงของระดับน้ำ  $y$  เทียบกับเวลา  $t$



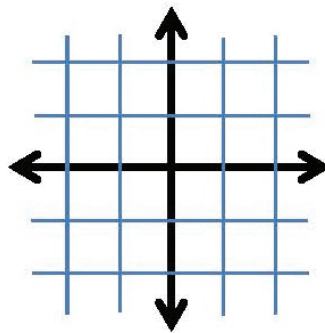
ตอบ .....

ตอบ .....

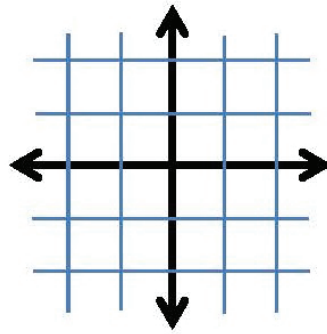
ตอบ .....



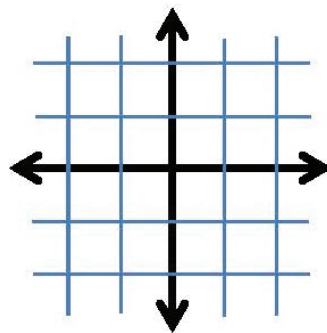
20. จงยกตัวอย่างกราฟที่ทำให้ข้อความต่อไปนี้เป็นเท็จ  
 20.1. ถ้า 1 เป็นค่าวิกฤต แล้ว จะเกิดจุดต่ำสุด/สูงสุดสัมพัทธ์ที่  $x = 1$



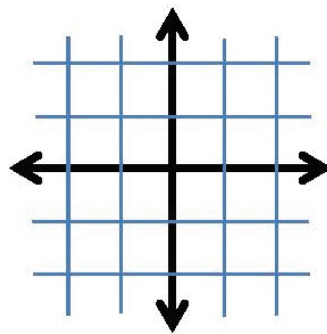
20.2. ถ้า  $f'(0), f'(1), f'(2) < 0$  แล้ว  $f$  จะเป็นฟังก์ชันลดบนช่วง  $[0, 2]$



20.3. ถ้า  $f''(1) = 0$  แล้ว  $f$  มีจุดเปลี่ยนเว้าที่  $x = 1$

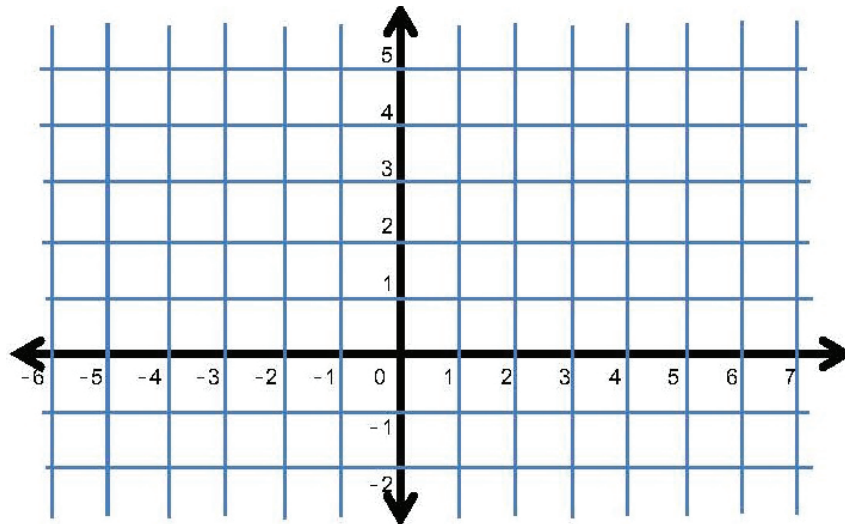


20.4. ถ้า  $f$  มี  $x = 1$  เป็นเส้นกำกับแนวตั้ง แล้ว  $f(1)$  จะหาค่าไม่ได้

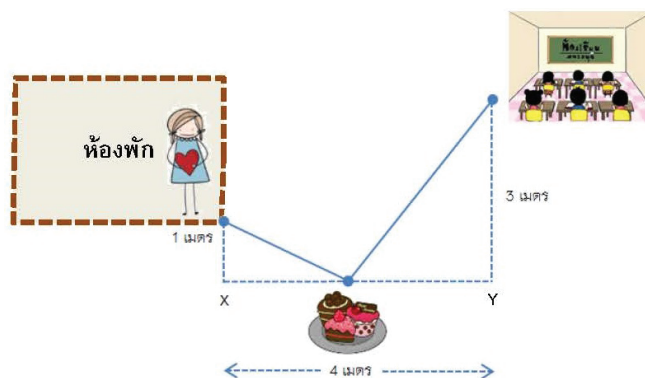


21. ให้  $f$  เป็นฟังก์ชันที่มีสมบัติดังต่อไปนี้

- $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty$  และ  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 2$  และ  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$
  - $f(-2) = 0, f(-1)$  หาค่าไม่ได้,  $f(0) = 1, f(1) = 0, f(2) = -1$
  - $f'(x) \geq 0$  บนช่วง  $(-2, -1)$  และ  $(2, +\infty)$
  - $f'(x) \leq 0$  บนช่วง  $(-\infty, -2)$  และ  $(-1, 2)$
  - $f''(x) \geq 0$  บนช่วง  $(-2, -1)$  และ  $(0, +\infty)$
  - $f''(x) \leq 0$  บนช่วง  $(-\infty, -2)$  และ  $(-1, 0)$
- จงเขียนกราฟของ  $f$



22. อาจารย์เอ๋เอ๋ต้องการเดินทางด้วยความเร็วคงที่ จากห้องพักไปยังจุดวางขนม และ หยิบขนมไปยังห้องเรียน โดยมีเส้นทางการเดินดังรูป



จงหาว่าควรวางขนมห่างจากจุด  $X$  เท่าใด ตามแนวผนัง  $XY$  จึงจะทำให้อาจารย์เอ๋เอ๋ใช้เวลาน้อยที่สุดในการเดินทางไปยังห้องเรียน