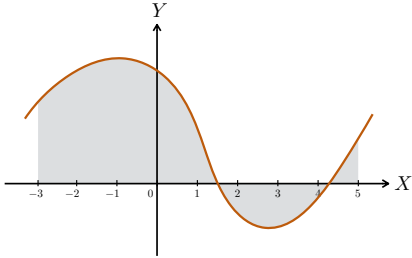
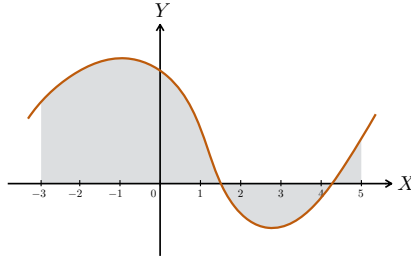


ข้อ 1 Illustrate the rectangle method in approximating the following shaded area over the interval $[-3, 5]$ with two equal subintervals.

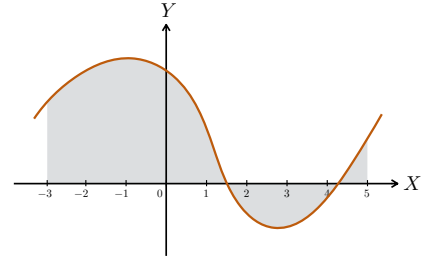
จงวาดภาพแสดงการประมาณพื้นที่บริเวณที่แรเงาบนช่วง $[-3, 5]$ ด้วยรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยแบ่งออกเป็นสองส่วนเท่า ๆ กัน เมื่อประมาณค่าโดยใช้



1.1 right endpoint จุดปลายขวา



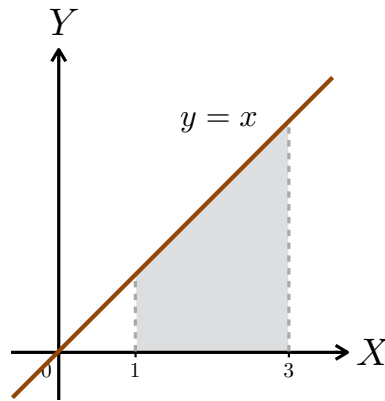
1.2 left endpoint จุดปลายซ้าย



1.3 midpoint จุดกึ่งกลาง

ข้อ 2 When approximating the following shaded area over the interval $[1, 3]$ using rectangular method with n equal subintervals.

ในการประมาณพื้นที่บริเวณที่แรเงาต่อไปนี้เป็นช่วง $[1, 3]$ โดยแบ่งออกเป็น n ส่วนเท่า ๆ กัน โดยวิธีสี่เหลี่ยมผืนผ้า



2.1 Identify จงระบุ $\Delta x =$ _____

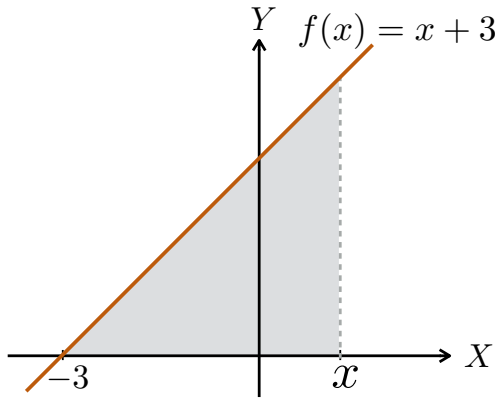
2.2 Show that the Riemann sum when using right endpoints approximation is $\sum_{k=1}^n \frac{2(n+2k)}{n^2}$.

จงแสดงว่าผลบวกรีมันน์ โดยใช้จุดปลายขวาคือ $\sum_{k=1}^n \frac{2(n+2k)}{n^2}$

2.3 Given the shaded area in the figure is 4 unit squares, use 2.2 to find $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{(n+2k)}{n^2}$.

กำหนดพื้นที่บริเวณที่แรเงาเป็น 4 ตารางหน่วย จงใช้ 2.2 หาค่า $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{(n+2k)}{n^2}$

ข้อ 3 Let $A(x)$ be the area under the curve $f(x)$ over the interval $[-3, x]$. Find
ให้ $A(x)$ แทนพื้นที่ใต้กราฟของ $f(x)$ บนช่วง $[-3, x]$ จงหา



3.1 $A(x)$

3.2 $A'(x)$

ข้อ 4 Let $F(x) = \int_1^x e^{(t^2+1)\sin t} dt$. Find กำหนด $F(x) = \int_1^x e^{(t^2+1)\sin t} dt$ จงหา

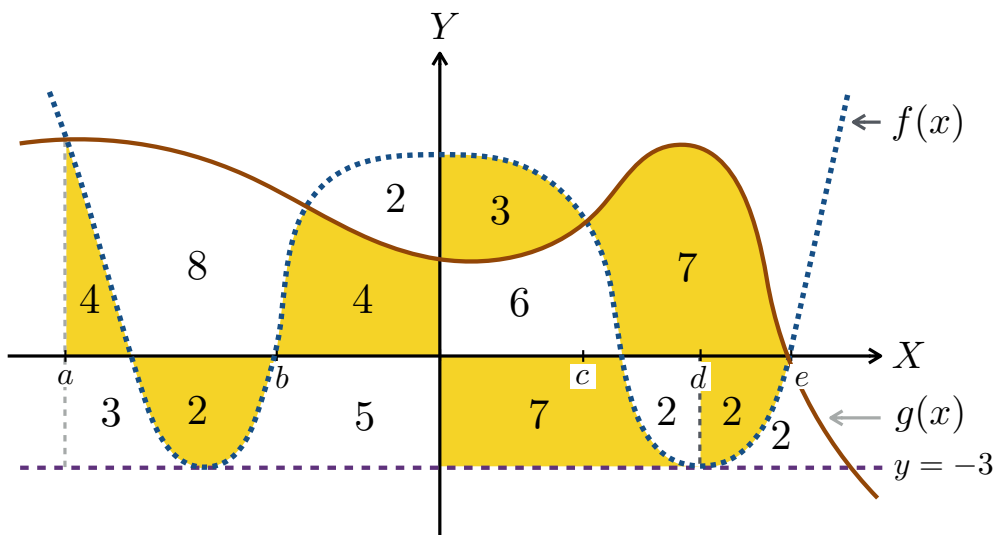
4.1 $F'(x) =$ _____

4.2 $F'(\pi) =$ _____

4.3 $F(1) =$ _____

ข้อ 5 From the given figure, find the following integrals without variables, where each number represents the area of each part as indicated below.

จากภาพต่อไปนี้ จงหาค่าอินทิกรัลต่อไปนี้โดยไม่ติดตัวแปร เมื่อตัวเลขที่ปรากฏแทนพื้นที่แต่ละส่วน



5.1 $\int_a^c (f(x) - g(x)) dx =$ _____ 5.4 $\int_a^d (-3) dx =$ _____

5.2 $\int_b^e f(x) dx =$ _____ 5.5 $\int_a^d (f(x) + 3) dx =$ _____

5.3 $\int_a^e g(x) dx =$ _____ 5.6 $\int_e^c (f(x) - g(x)) dx =$ _____

ข้อ 6 Find the following integrals. จงหาค่าของอินทิกรัลต่อไปนี้

$$6.1 \int d\left(\frac{1}{e^x + \sqrt{\tan x}}\right)$$

$$6.2 \int \left(\frac{\sec x \tan x}{9} + 4^x \ln 4\right) dx$$

$$6.3 \int \sqrt{x} \left(3x^3 - \frac{1}{3x}\right) dx$$

$$6.4 \int \frac{8e^x + 32x^3}{e^x + x^4} dx$$

$$6.5 \int_0^2 f(x) dx \quad \text{where} \quad f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & x \geq 1 \\ 1 - 2x, & x < 1 \end{cases}$$

ข้อ 7 Find an appropriate choice of u , a , b , f for integration by substitution.

จงหา u , a , b , f ที่เหมาะสมสำหรับการอินทิเกรตโดยวิธีแทนค่าตัวแปร

$$\int_0^{\sqrt{12}} 6x\sqrt{x^2 + 4} dx = \int_a^b f(u) du$$

$$u = \underline{\hspace{2cm}}, \quad a = \underline{\hspace{2cm}}, \quad b = \underline{\hspace{2cm}}, \quad f(u) = \underline{\hspace{2cm}}$$

ข้อ 8 Find an appropriate choice of u and dv for integration by parts of the following integrals.

จงหา u และ dv ที่เหมาะสมสำหรับการอินทิเกรตโดยวิธีแยกส่วนของอินทิกรัลต่อไปนี้

$$8.1 \int x \arctan x dx \quad ; \quad u = \underline{\hspace{2cm}}, \quad dv = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$8.2 \int \ln(x^2 + 4) dx \quad ; \quad u = \underline{\hspace{2cm}}, \quad dv = \underline{\hspace{2cm}}$$

ข้อ 9 Evaluate the following integrals. จงแสดงวิธีการหาอินทิกรัลต่อไปนี้

$$9.1 \int x \sec^2 x dx$$

$$9.2 \int \sqrt{\sin x} \cos^3 x dx$$

$$9.3 \int \sin 7x \sin 3x dx$$

ข้อ 10 Evaluate the following integral. จงแสดงวิธีการหาอินทิกรัลต่อไปนี้

$$\int \frac{16}{x^2\sqrt{x^2 - 16}} dx$$

ข้อ 11 Write out the form of the partial fraction decomposition. (Do not find the numerical values of the coefficients)

จงเขียนรูปแบบการแยกเป็นเศษส่วนย่อย โดยไม่ต้องคำนวณค่าคงตัว

$$11.1 \frac{1}{x^5 - x^3} = \boxed{\hspace{10cm}}$$

$$11.2 \frac{2}{(x+1)^2(x^2+2)} = \boxed{\hspace{10cm}}$$

ข้อ 12 Evaluate the following integral, จงแสดงวิธีการหาอินทิกรัลต่อไปนี้

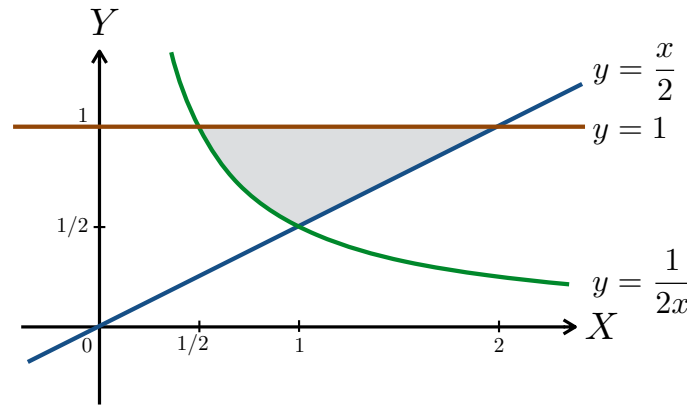
$$\int \frac{4x^2 - x - 2}{x^2(x + 1)} dx$$

provided that เมื่อกำหนดให้

$$\frac{4x^2 - x - 2}{x^2(x + 1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x + 1}.$$

ข้อ 13 Find the area of the shaded region in the integral form without calculation.

จงหาพื้นที่ของบริเวณที่แรเงาดังรูป ให้ตอบในรูปอินทิกรัลโดยไม่ต้องคำนวณค่า

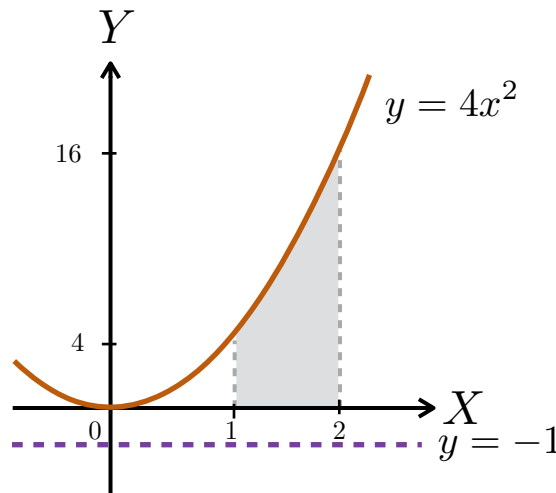


13.1 Integrating with respect to x โดยการอินทิเกรตเทียบกับ x

13.2 Integrating with respect to y โดยการอินทิเกรตเทียบกับ y

ข้อ 14 Find the volume of the solid that results when the shaded region is revolved about the indicated axis without calculation.

จงหาปริมาตรของทรงตันที่เกิดจากการหมุนบริเวณที่แรเงารอบแกนที่กำหนดให้ ดังภาพ โดยให้ตอบในรูปอินทิกรัลโดยไม่ต้องคำนวณค่า



14.1 About the X axis by disks method.

รอบแกน X โดยวิธี Disks

14.2 About the Y axis by cylindrical shell method.

รอบแกน Y โดยวิธี Cylindrical Shell

14.3 About the $y = -1$ by washers method.

รอบเส้นตรง $y = -1$ โดยวิธี Washers

ข้อ 15 Express the improper integrals in term of appropriate limits.

จงเขียนอินทิกรัลไม่ตรงแบบดังกล่าวให้อยู่ในรูปลิมิตที่เหมาะสม

15.1 $\int_0^{+\infty} \frac{\ln(1+x^2)}{x^2} dx =$

15.2 $\int_{-\infty}^{+\infty} dx =$

ข้อ 16 Determine if the given improper integral converges or diverges, and if converges, find its value.

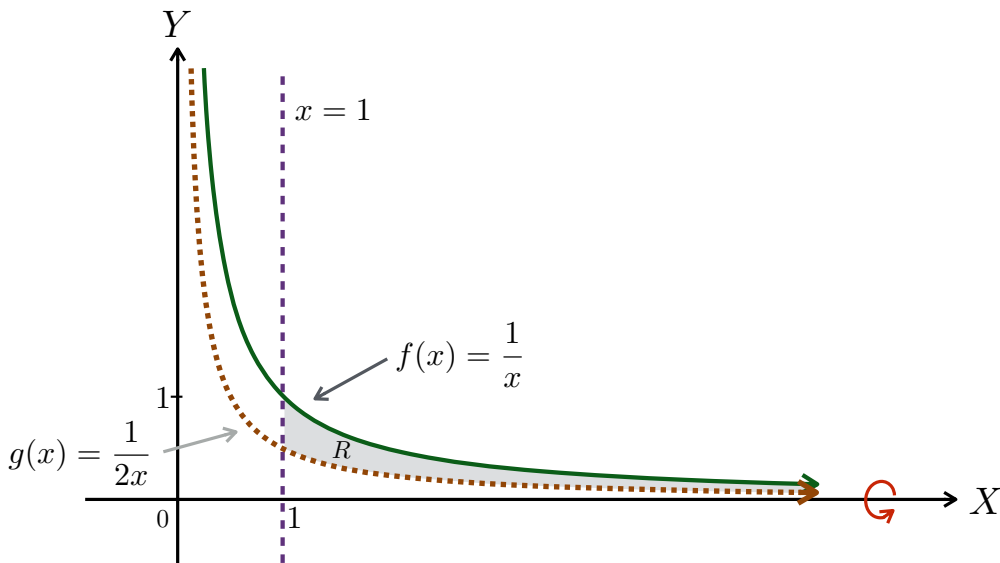
จงพิจารณาว่าอินทิกรัลไม่ตรงแบบดังกล่าวลู่ออกหรือลู่เข้า หากลู่ออก จงคำนวณค่าของอินทิกรัลนั้นด้วย

$$\int_0^1 \frac{\ln(x^2)}{x} dx$$

Hint คำใบ้ $\ln(a^n) = n \ln a$

ข้อ 17 A foundry in the wonderland wants to make the "infinite horn" which is constructed by revolving the region R enclosed by the functions $f(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = \frac{1}{2x}$ from $x = 1$ to ∞ , about the X axis.

ช่างหล่อโลหะในโลกแห่งจินตนาการ ต้องการทำ "แตรอนันต์" ซึ่งเป็นแตรที่เกิดจากการหมุนบริเวณ R ซึ่งปิดล้อมด้วย $f(x) = \frac{1}{x}$ และ $g(x) = \frac{1}{2x}$ จาก $x = 1$ ถึง ∞ รอบแกน X ดังภาพ



17.1 Write the integral indicating the volume of the infinite horn by the washer method.

จงเขียนอินทิกรัลที่แสดงปริมาตรของแตรอนันต์อันนี้ โดยใช้วิธี Washer

17.2 Express the integral in terms of appropriate limits.

จงเขียนอินทิกรัลที่แสดงปริมาตรของแตรอนันต์ ให้อยู่ในรูปแบบลิมิตที่เหมาะสม

ข้อ 18 Determine whether the function $y = e^x$ is a solution of the differential equation $xy' - 2y = x^3e^x$.

จงตรวจสอบว่า $y = e^x$ เป็นคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์ $xy' - 2y = x^3e^x$ หรือไม่

ข้อ 19 Write the differential equation จงเขียนสมการเชิงอนุพันธ์

$$(x^2 + 1) \frac{dy}{dx} = yx - y$$

in the following indicated forms. ให้อยู่ในรูปแบบที่กำหนดให้

19.1 Separable form แบบแยกตัวแปรได้ $h(y) \frac{dy}{dx} = g(x)$

$h(y) = \underline{\hspace{10em}}$ $g(x) = \underline{\hspace{10em}}$

19.2 Linear form แบบเชิงเส้น $\frac{dy}{dx} + p(x)y = q(x)$

$p(x) = \underline{\hspace{10em}}$ $q(x) = \underline{\hspace{10em}}$

ข้อ 20 Find the particular solution of the separable differential equation.

จงหาคำตอบเฉพาะของสมการเชิงอนุพันธ์แบบแยกตัวแปรได้

$$\frac{dy}{dx} - x^2y^2 = x^2, \quad y(0) = 1$$

ข้อ 21 Given the linear differential equation. กำหนดสมการเชิงอนุพันธ์เชิงเส้น

$$y' - 3\frac{y}{x} + x^3 - x = 0$$

21.1 Integrating factor is ตัวประกอบการอินทิเกรต คือ

21.2 Find the general solution. จงหาคำตอบทั่วไป

ข้อ 22 Write the differential equation including all conditions from the given situation **without calculation**, as in the example below.

จงเขียนสมการเชิงอนุพันธ์และเงื่อนไขจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้ (ไม่ต้องคำนวณค่า)

Example ตัวอย่าง

- | | |
|--|----------------------------------|
| 1. differential equation สมการเชิงอนุพันธ์ | $h'(t) + th(t) = 10t - 8$ |
| 2. conditions เงื่อนไข | $h(0) = 300, \quad h(50) = 1000$ |
| 3. We want to find ต้องการหา | $h(70)$ |

Situation: สถานการณ์

"The growth of a tree is measured by its height and the rate of the growth is k times as much as the square root of its current height. If the height is 100 feet initially and it grows to 400 feet after 5 days, how tall will it be after 25 days?"

"การเติบโตของต้นไม้วัดด้วยความสูงของต้นไม้ และอัตราการเปลี่ยนแปลงของการเจริญเติบโตของต้นไม้ ณ เวลาหนึ่งเป็น k เท่าของรากที่สองของความสูงของต้นไม้ ณ เวลานั้น ถ้าความสูงของต้นไม้เมื่อเริ่มวัดครั้งแรกคือ 100 ฟุต และหลังจากนั้น 5 วัน วัดได้ 400 ฟุต ต้นไม้จะสูงเท่าใดเมื่อเวลาผ่านไป 25 วัน"

Let t be the number of days and $h(t)$ be the height of the tree after t days.

ให้ t คือจำนวนวันและ $h(t)$ คือความสูงของต้นไม้เมื่อเวลาผ่านไป t วัน

Find จงหา

22.1 differential equation สมการเชิงอนุพันธ์ $\underline{\hspace{10em}}$

22.2 conditions เงื่อนไข $\underline{\hspace{10em}}$

22.3 We want to find ต้องการหา $\underline{\hspace{10em}}$